T.C.
İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ-CERRAHPAŞA
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

ÖĞRETMENLERİN CEBİR ÖĞRETİMİNDE MATEMATİKSEL AÇIDAN ÖNEMLİ PEDAGOJİK FIRSATLARI FARK ETME BECERİSİNİN İNCELENMESİ

Saadet Kübra TAN

DANIŞMAN
Dr. Öğr. Üyesi Hatice Nur ERBAY

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı

Matematik Eğitimi, Tezli Yüksek Lisans Programı

Haziran, 2025

Ailem, arkadaşlarım ve danışman hocam Hatice Nur ERBAY'a ithaf ediyorum…

BÜTÇE DESTEKLERİ

ÖĞRETMENLERİN CEBİR ÖĞRETİMİNDE MATEMATİKSEL AÇIDAN ÖNEMLİ PEDAGOJİK FIRSATLARI FARK ETME BECERİSİNİN İNCELENMESİ

Bu tez çalışması için herhangi bir kurumdan bütçe desteği alınmamıştır.

TEŞEKKÜR

Bu tezin hazırlanması sürecinde desteğini esirgemeyen, bilgi ve deneyimleriyle yol gösteren değerli danışmanım Dr. Öğr. Üyesi Hatice Nur ERBAY'a en derin şükranlarımı sunarım.

Eğitim sürecimde beni yönlendiren, değerli görüş ve eleştirileriyle katkı sağlayan değerli hocalarım Prof. Dr. Çiğdem ARSLAN'a, Doç. Dr. Pınar GÜNER'e, içten teşekkürlerimi sunarım.

Araştırmamın veri toplama sürecine katılan tüm öğretmen arkadaşlarıma minnettarım.

Hayatım boyunca her koşulda yanımda olan, sabır, sevgi ve dualarıyla bana güç veren aileme; zorlu akademik yolculuğumda desteğini hissettiğim tüm dostlarıma teşekkürlerimi sunarım.

Haziran, 2025 Saadet Kübra TAN

İÇİNDEKİLER

Sayfa No

TEZ KABUL VE ONAYI ..... **ii**
BEYAN ..... **iii**
BÜTÇE DESTEKLERİ ..... **v**
TEŞEKKÜR ..... **vi**
İÇİNDEKİLER ..... **vii**
ŞEKİL LİSTESİ ..... **ix**
TABLO LİSTESİ ..... **x**
SİMGE VE KISALTMA LİSTESİ ..... **xi**
ÖZET ..... **xii**
ABSTRACT ..... **xiv**
1. GİRİŞ **1**
1.1. PROBLEM DURUMU 4
1.2. AMAÇ / PROBLEMLER ve ALT PROBLEMLER 5
1.3. SINIRLILIKLAR 6
1.4. VARSAYIMLAR 6
1.5. TANIMLAR 7
2. KAVRAMSAL ÇERÇEVE **8**
2.1. FARK ETME BECERİSİ 8
2.1.1. Fark Etme Becerisi ile İlgili Yapılan Çalışmalar 12
2.2. PEDAGOJİK FIRSATLAR 18
2.2.1. Öğrencinin Matematiksel Düşüncesi (ÖD) 19
2.2.2. Matematiksel Anlamlılık (MA) 20
2.2.3. Pedagojik Fırsat (PF) 22
2.3. CEBİR ÖĞRETİMİ 27
2.3.1. Türkiye'de Cebir Öğrenme Alanındaki Araştırmalara Genel Bakış 28
2.3.2. Uluslararası Cebir Öğrenme Alanındaki Araştırmalara Genel Bakış 33
3. YÖNTEM **37**
3.1. ARAŞTIRMANIN YÖNTEMİ 37

3.2. ÇALIŞMA GRUBU 38
3.3. ARAŞTIRMACININ ROLÜ 38
3.4. VERİ TOPLANMASI 39
3.4.1. Veri Toplama Araçları 39
3.4.2. Pilot Uygulama 41
3.5. VERİLERİN ÇÖZÜMLENMESİ 43
4. BULGULAR 47
4.1. KATILIMCILARIN FARK ETME BECERİSİ 47
4.1.1. Durum Bazlı Bulgular 48
4.1.2. Genel Eğilimler 57
4.2. MÖF DURUMUNA DİKKAT ETME ve KARŞILIK VERME 61
4.2.1. MÖF Durumuna Dikkat Etme 62
4.2.2. MÖF Durumuna Karşılık Verme 65
4.2.3. Katılımcıların MÖF Durumlarını Fark Etme Başarıları 72
4.3. MATEMATİKSEL ÖĞRENME FIRSATLARINI DEĞERLENDİRMEDE FARK ETME BECERİLERİNİN ROLÜ 81
5. TARTIŞMA 83
5.1. ÖĞRENCİ DÜŞÜNCELERİNİ FARK ETME BECERİSİ ÜZERİNDEN TARTIŞMA 83
5.2. MATEMATİKSEL OLARAK ÖNEMLİ PEDAGOJİK FIRSATLAR (MÖF) ÜZERİNDEN TARTIŞMA 85
6. SONUÇ VE ÖNERİLER 89
6.1. ARAŞTIRMANIN SONUÇLARI 89
6.1.1. Çalışmanın Katkıları 91
6.2. ÖNERİLER 92
6.2.1. Gelecek Çalışmalar İçin Öneriler 94
6.3. GENEL DEĞERLENDİRME 95
KAYNAKLAR 97
EKLER 104
İNTİHAL RAPORU İLK SAYFASI 105
ETİK KURUL İZİN YAZISI 106
ETİK KURUL ONAY RAPORU 107
KURUM İZNİ YAZILARI 109
ÖZGEÇMİŞ 110

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa No

Şekil 2.1: Öğretmen fark etme süreçleri……...**9**
Şekil 2.2: MÖF analitik süreci (Leatham ve vd., 2015)..…….. **18**
Şekil 2.3: Öğrenci düşüncesinden pedagojik fırsata geçiş süreci……...**19**
Şekil 2.4: ÖD analiz süreci…….**21**
Şekil 2.5: MA analiz süreci……... **22**
Şekil 2.6: PF analiz süreci…… **25**
Şekil 2.7: MÖF analiz süreci……..**26**
Şekil 4.1: ÖA2 "MÖF durumuna dikkat etme" diyaloğu……..……..**62**
Şekil 4.2: ÖA1 "Doğru yanıt odaklı karşılık verme" diyaloğu…….,…… **66**
Şekil 4.3: LÖ2 "Doğru yanıt odaklı karşılık verme" diyaloğu…….,…… **68**
Şekil 4.4: OÖ2 "Matematiği anlama odaklı karşılık verme" diyaloğu……..……....**70**
Şekil 4.5: OÖ3 "Matematiği anlama odaklı karşılık verme" diyaloğu……..……..……..**71**
Şekil 4.6: ÖA4 "Açıklama düzeyinde karşılık verme" diyaloğu…….. **76**
Şekil 4.7: OÖ3 "Ortaya çıkarma düzeyinde karşılık verme" diyaloğu……..… **77**

TABLO LİSTESİ

Sayfa No

Tablo 3.1: Katılımcıların demografik özellikleri……... **38**
Tablo 3.2: Senaryolara göre MÖF türlerinin dağılımı ve tanımları…..……..……**42**
Tablo 3.3: Öğretim Anındaki Fark Etme Becerisine İlişkin Sınıflandırma Çerçevesi**…….……..45**
Tablo 4.1: Katılımcıların MÖF'lere verdikleri tepkilerin fark etme bileşenlerine göre dağılımı**…….. 58**
Tablo 4.2: Katılımcıların MÖF durumlarına verdikleri tepkiler……..….**73**
Tablo 4.3: Katılımcıların MÖF durumlarını fark etme ve karşılık verme biçimleri…….. **74**
Tablo 4.4: Katılımcıların senaryolara göre MÖF yaklaşımlarının dağılımı **……..78**

SİMGE VE KISALTMA LİSTESİ

Simgeler **Açıklama**

x,y : Değişkenler
= : Eşittir işareti
. : Çarpma işareti

Kısaltmalar **Açıklama**

MA : Matematiksel Anlamlılık
MM : Merkezi Matematik
MN : Matematiksel Nokta
MOST : Mathematically Significant Pedagogical Opportunities to Build on Student Thinking
MÖF : Matematiksel Olarak Önemli Pedagojik Fırsat
NCTM : National Council of Teachers of Mathematics
ÖD : Öğrenci Düşüncesi
ÖM : Öğrenci Matematiği
PF : Pedagojik Fırsat
TDK : Türk Dil Kurumu
TTKB : Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı
UM : Uygun Matematik
VAST : Video Analysis Support Toolaa

ÖZET

YÜKSEK LİSANS TEZİ

ÖĞRETMENLERİN CEBİR ÖĞRETİMİNDE MATEMATİKSEL AÇIDAN ÖNEMLİ PEDAGOJİK FIRSATLARI FARK ETME BECERİSİNİN İNCELENMESİ

Saadet Kübra TAN

İstanbul Üniversitesi-Cerrahpaşa

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı

Matematik Eğitimi, Tezli Yüksek Lisans Programı

Danışman : Dr. Öğr. Üyesi Hatice Nur ERBAY

Bu araştırmanın amacı, öğretmen ve öğretmen adaylarının öğrencilerin matematiksel düşüncelerine yönelik fark etme becerilerini ve bu düşüncelerde yer alan Matematiksel Olarak Önemli Pedagojik Fırsatlara (MÖF) verdikleri tepkileri incelemektir. Araştırma, nitel araştırma desenlerinden durum çalışması yöntemiyle gerçekleştirilmiştir. Katılımcılar, 4 öğretmen adayı ve farklı deneyim düzeylerine sahip 4 ortaokul, 4 lise öğretmenidir. Veriler, iki farklı senaryo aracılığıyla toplanmış ve öğretmenlerin öğrenci düşüncelerine verdikleri tepkiler, Jacobs vd. (2010) tarafından geliştirilen "fark etme" çerçevesi ile Leatham ve arkadaşlarının (2015) orijinal çalışmasında geliştirilen ve Doğan ile Kılıç (2021) tarafından uyarlanan Matematiksel Öğretimsel Fırsatlar (MÖF) çerçevesi kullanılarak analiz edilmiştir. Elde edilen bulgular, katılımcıların öğrenci düşüncelerine yönelik fark etme düzeylerinde çeşitlilik olduğunu ortaya koymuştur. Bazı katılımcıların öğrenci yanıtlarında yer alan kavramsal sinyalleri fark etme ve bu sinyalleri pedagojik olarak değerlendirme konusunda daha derinlemesine yaklaşımlar sergilediği gözlenmiştir. Ancak birçok durumda, özellikle yüzeysel açıklamalar, doğru cevaba yönlendirme ve kavramsal hataları doğrudan düzeltme gibi sınırlı stratejilerin öne çıktığı belirlenmiştir. Bununla birlikte, senaryolardaki matematiksel içeriğin niteliğine göre katılımcıların fark etme biçimleri ve verdikleri tepkilerde çeşitlilik gösterdiği gözlenmiştir. Araştırmanın sonuçları, fark etme becerilerinin gelişiminin yalnızca mesleki deneyim süresiyle değil, öğretim yapılan sınıf düzeyiyle olan bağlam bilgisi ve öğretmenlerin öğrenci düşüncelerine yönelik pedagojik duyarlılığıyla da şekillendiğini göstermektedir. Bu bağlamda, öğretmenlerin öğrenci düşüncelerini yalnızca tanımaları değil, bu düşünceler üzerinde anlamlı pedagojik müdahaleler gerçekleştirebilmeleri için yapılandırılmış öğretim deneyimlerine, mesleki gözlem fırsatlarına ve reflektif uygulamalara ihtiyaç duydukları sonucuna ulaşılmıştır.

Öğretmen eğitimi programlarında, öğretmen adaylarına öğrenci düşüncesini analiz etme ve yorumlama becerilerini geliştirmeye yönelik uygulamalı çalışmalara daha fazla yer verilmesi önerilmektedir. Ayrıca, hizmet içi eğitim programlarında öğretmenlerin fark etme becerilerini geliştirmeye yönelik modüllerin tasarlanmasının, matematik öğretiminin niteliğini artırabileceği düşünülmektedir.

Haziran 2025 , 125 sayfa.

Anahtar kelimeler: Fark Etme Becerisi, Matematiksel Pedagojik Fırsatlar, Cebir Öğretimi, Öğretmen Eğitimi, Nitel Araştırma

ABSTRACT

M.Sc. THESIS

INVESTIGATION OF TEACHERS' NOTICING MATHEMATICALLY SIGNIFICANT PEDAGOGICAL OPPORTUNITIES IN TEACHING ALGEBRA

Saadet Kübra TAN

İstanbul University-Cerrahpaşa

Institute of Graduate Studies

Department of Mathematics and Science Education

Mathematics Education (Master) (With Thesis)

Supervisor : Assist. Prof. Dr. Hatice Nur Erbay

The purpose of this study is to examine the noticing skills of teachers and pre-service teachers regarding students' mathematical thinking, as well as their responses to Mathematical Instructional Opportunities (MIOs) embedded in those thoughts. The research was conducted using a qualitative case study design. The participants consisted of 4 pre-service teachers and 8 in-service teachers with varying levels of experience (4 middle school and 4 high school teachers). Data were collected through two different scenarios, and the participants' responses to student thinking were analyzed using the noticing framework developed by Jacobs et al. (2010) and the Mathematical Instructional Opportunities (MIO) framework originally proposed by Leatham et al. (2015) and adapted into Turkish by Doğan and Kılıç (2021). The findings revealed a diversity in participants' levels of noticing student thinking. While some participants demonstrated in-depth approaches in identifying conceptual cues within student responses and interpreting them pedagogically, in many cases limited strategies such as superficial explanations, direct correction of conceptual errors, and guiding students solely toward the correct answer were predominant. Additionally, participants' noticing behaviors and the depth of their responses varied depending on the nature of the mathematical content presented in the scenarios. The results of the study indicate that the development of noticing skills is shaped not only by years of teaching experience, but also by contextual knowledge related to the grade level taught and teachers' pedagogical sensitivity toward student thinking. In this context, it was concluded that teachers need structured teaching experiences, professional observation opportunities, and reflective practices in order to meaningfully interpret and respond to

students' mathematical ideas. It is recommended that teacher education programs place greater emphasis on practice-based activities aimed at developing pre-service teachers' skills in analyzing and interpreting student thinking. Moreover, the inclusion of dedicated modules on professional noticing in in-service teacher training programs may contribute to improving the overall quality of mathematics instruction.

June 2025, 125 pages.

Keywords: Teacher Noticing, Mathematically Significant Pedagogical Opportunities, Teaching Algebra, Teacher Education, Qualitative Research

1. GİRİŞ

Matematik eğitimi, öğrencilerin analitik düşünme, problem çözme, soyutlama ve mantıksal akıl yürütme gibi temel becerilerini geliştirmeleri açısından büyük önem taşımaktadır (NCTM, 2014). Bu beceriler, öğrencilerin yalnızca akademik başarılarını değil, aynı zamanda günlük yaşamlarında karşılaştıkları problemlere çözüm üretme yeteneklerini de desteklemektedir. Öğretmenler, matematik öğretiminde öğrencilerin bu becerileri kazanmalarını sağlayan kilit aktörlerdir (Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2019). Öğretmenlerin, öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerini anlamaları ve bu süreçlere uygun pedagojik müdahalelerde bulunmaları, öğrencilerin matematiksel kavramları derinlemesine anlamalarını kolaylaştırmaktadır. Bu süreç, öğretmenlerin öğrencilerin problem çözme stratejilerini, kavram yanılgılarını ve matematiksel akıl yürütme biçimlerini gözlemlemelerini ve analiz etmelerini gerektirir. Öğretmenler, öğrencilerin düşünme yollarını anladıklarında, onların ihtiyaçlarına uygun öğretim stratejileri geliştirebilir ve öğrenme sürecini daha etkili hale getirebilirler (NCTM, 2014). Örneğin, bir öğrencinin cebirsel bir denklemi çözerken nerede hata yaptığını veya neden belirli bir adımda takıldığını anlayan bir öğretmen, bu öğrenciye yönelik bireyselleştirilmiş geri bildirimler sunabilir ve kavramsal anlamayı güçlendirecek ek açıklamalar yapabilir. Ayrıca, öğrencilerin matematiksel kavramları ezberlemek yerine, bu kavramların arkasındaki mantığı anlamaları, matematiksel bilgiyi farklı problem durumlarına transfer edebilmelerine ve uygulayabilmelerine olanak tanır (Boaler, 2015). Örneğin, bir öğrenci, denklem çözme sürecinde kullanılan adımların neden ve nasıl işe yaradığını anladığında, benzer problemleri çözerken bu bilgiyi daha rahat kullanabilir. Bu tür bir derinlemesine anlama, öğrencilerin matematiksel özgüvenlerini artırır ve onları daha karmaşık matematiksel kavramlara hazırlar (Hiebert ve Grouws, 2007). Öğrencilerin bu derin anlamayı geliştirebilmeleri için öğretmenlerin onların düşünme süreçlerini doğru bir şekilde "fark etmeleri" ve bu süreçlere uygun pedagojik müdahalelerde bulunmaları gerekmektedir (Sherin, Jacobs, ve Philipp, 2011).

Sınıfta bir durumun veya etkinliğin bilinçli bir şekilde gözlemlenmesi, öğretmen fark etme becerisi (*teacher noticing*) olarak bilinir. Fark etme sürecinde, öğretmenler "Fark Edenler" rolünü üstlenirken öğrenciler "Gözlenenler" olurlar. Bu durumda, öğretmenler, sınıfta öğretme ve öğrenme sürecinde öğrencilerinin bilişsel yeteneklerine odaklanırlar (Simpson, Vondrová ve

Žalská, 2018). Öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerine odaklanılması ve bunun sınıfta nitelikli öğretimle ilişkisi, son yirmi yılda öğretmen farkındalığı üzerine yapılan araştırmaları oldukça popüler hale getirmiştir (Bastian ve diğerleri, 2022). Choy (2013), matematik öğretmenlerinin fark etme becerisinin, matematik öğretiminde uzmanlığın önemli bir yönü olduğunu ve son zamanlarda mesleki gelişim girişimlerinin odağında yer aldığını belirtmektedir. Matematik öğretimi araştırmacıları, öğretmenlerin zorlu sınıf ortamlarını yönetmelerine ve öğrencilerin öğrenme süreçlerini geliştirmelerine yardımcı olmak için "Öğretmen Fark Etme Becerisi" adı verilen yeni bir teorik kavrama odaklanmıştır. Bu kavram, doğrusal, döngüsel ve birbirine bağlı olarak görülebilir (Kwakye ve diğerleri, 2022). Van Es ve Sherin'e (2010) göre, "Fark Etmeyi Öğrenme Çerçevesi", öğretmen uzmanlığının gelişiminde kritik bir bileşendir. Sonrasında Jacobs, Lamb ve Philipp (2010) tarafından "Profesyonel Fark Etme Çerçevesi" geliştirilmiştir. Öğretmenlerin sınıf içi etkileşimleri daha derinlemesine anlamalarını ve öğrencilerin düşünme süreçlerine yönelik fark etme becerilerini artırmalarını amaçlayan bir modeldir. Bu çerçeve, öğretmenlerin öğrencilerin matematiksel düşüncelerini tanıma, yorumlama ve bu bilgilere dayalı olarak pedagojik kararlar alma süreçlerini kapsar. Profesyonel Fark Etme Çerçevesi'nin üç ana bileşeni şunlardır:

1.Algılama (*Noticing*): Öğretmenlerin, öğrencilerin matematiksel düşüncelerini ve stratejilerini fark etmeleri ve bu süreçte önemli detaylara dikkat etmeleri.

2.Yorumlama (*Interpreting)*: Algılanan öğrenci düşüncelerinin analiz edilerek, öğrencinin mevcut bilgi düzeyi ve kavrayışının değerlendirilmesi.

3.Tepki Verme (*Responding*): Yorumlamalar sonucunda, öğretim stratejilerinin ve sınıf içi uygulamaların öğrencilerin ihtiyaçlarına göre uyarlanması.

Bu çerçeve, öğretmenlerin öğrencilerin öğrenme süreçlerine daha duyarlı olmalarını ve öğretimlerini bu doğrultuda şekillendirmelerini teşvik eder. Ayrıca, öğretmenlerin mesleki gelişimlerinde önemli bir araç olarak kabul edilir.

Leatham ve diğerleri (2015), Jacobs ve meslektaşlarının (2010) geliştirdiği kavramsal çerçeveyi daha da geliştirerek, öğretmenlerin öğrencilerin matematik öğrenme süreçlerini destekleyebileceği anları belirlemek amacıyla yeni bir yaklaşım sunmuştur. Bu yaklaşım, Öğrenci Düşüncesi Üzerine İnşa Edilen Matematiksel Olarak Önemli Pedagojik Fırsatlar (MÖF) olarak adlandırılmıştır. Bir sınıf ortamında ortaya çıkan bir durumun öğrenme fırsatı olarak değerlendirilmesi için belirli koşulları sağlaması gerekmektedir:

1.Öğrencinin matematiksel düşüncesine dayanması: Öğrencinin ifade ettiği düşüncenin, belirli bir matematiksel konu veya kavramla bağlantılı olması gerekir.

2.Matematiksel açıdan önemli olması: Öğrencinin ortaya koyduğu fikrin, matematiksel anlam taşıması ve konuya dair derinlemesine bir keşif imkânı sunması beklenir.

3.Pedagojik olarak bir fırsat sunması: Öğretmenin, bu matematiksel düşünceyi sınıf ortamında ele alarak öğrencinin öğrenme sürecine katkıda bulunabilmesi gereklidir.

Bu üç temel koşul aynı anda sağlandığında, sınıf ortamında "matematiksel bir öğrenme fırsatının" bulunduğu söylenebilir. Leatham ve diğerleri (2015), geliştirdikleri MÖF çerçevesi ile Jacobs ve meslektaşlarının (2010) öğrencilerin düşüncelerini fark etme sürecine ilişkin ilk iki aşamayı daha detaylı hale getirmiştir yorumunu yapabiliriz. Öğrencilerin düşüncelerini açığa çıkarmak ve analiz etmek, tüm disiplinlerde hem öğrencilere hem de öğretmenlere eş zamanlı olarak fayda sağlayan temel bir öğretim yöntemidir (McDonald vd., 2013). Öğrenci düşüncesini ortaya koyma süreci, öğretmenlerin öğrencilerin mevcut bilgi seviyelerini anlamalarına yardımcı olur. Başka bir ifadeyle, bu süreç yalnızca öğrencilerin değerlendirme sonuçlarına odaklanmak yerine, onların düşüncelerinin ayrıntılarını keşfetmeyi amaçlar.

Öğrenci düşüncesinin belirlenmesi genellikle, öğrencilerin mevcut anlayışlarını geliştirmelerine yardımcı olacak şekilde, bu düşüncelerin yorumlanması ve buna uygun öğretimsel tepkilerle desteklenmesiyle gerçekleşir (Jacobs vd., 2010). Böylelikle öğretmenler, öğrencilerin düşüncelerini ortaya çıkarıp analiz ederek hem öğretimi öğrenci merkezli hale getirir hem de onların düşüncelerine yönelik kendi pedagojik bilgi birikimlerini artırmış olurlar. Öğrenci düşüncesinin ortaya çıkarılması, sadece öğrencilerin doğru ya da yanlış cevaplarını değerlendirmekle sınırlı değildir. Öğretmenlerin, öğrencilerin muhakeme süreçlerini anlamalarına ve bu süreçleri yönlendirmelerine yardımcı olur (Blanton vd., 2011). Bu bağlamda, öğrencilerin düşüncelerine dayalı öğretim uygulamaları, onların cebirsel düşünme becerilerini geliştirmelerine ve matematiksel kavramları daha derinlemesine anlamalarına katkı sağlar. Özellikle erken Cebir Öğretimi çerçevesinde, öğretmenlerin öğrencilerin düşüncelerini profesyonel bir şekilde fark etmeleri ve yorumlamaları, öğrenme sürecinin kalitesini artırır (Blanton vd., 2018). Öğretmenler, öğrencilerin mevcut matematiksel anlayışlarını analiz ederek, onların kavramsal hatalarını tespit edebilir ve anlamalarını geliştirecek pedagojik fırsatlar yaratabilirler (Jacobs, Lamb ve Philipp, 2010).

Sonuç olarak, öğrenci düşüncelerini merkeze alan bir öğretim yaklaşımı, matematiksel anlayışı derinleştiren ve öğrencilerin matematikle anlamlı bağlar kurmalarını sağlayan bir öğrenme ortamı oluşturur. Cebir Öğretimi'nde bu tür bir yaklaşımın benimsenmesi, öğrencilerin matematiksel düşünme ve problem çözme becerilerini geliştirmelerine önemli katkılar sunmaktadır.

1.1. PROBLEM DURUMU

Matematik eğitimi, öğrencilerin analitik düşünme, problem çözme ve soyutlama becerilerini geliştirmeleri açısından büyük önem taşımaktadır (Boaler, 2015). Bu beceriler, öğrencilerin yalnızca akademik başarılarını değil, aynı zamanda günlük yaşamlarında karşılaştıkları problemlere çözüm üretme yeteneklerini de desteklemektedir. Ancak, özellikle Cebir öğrenme alanında öğrencilerin kavram yanılgıları yaşadığı ve bu alanda zorlandığı bilinmektedir (Ersoy ve Erbaş, 2005). Öğrencilerin cebirsel kavramları (denklem, eşitlik, değişken, cebirsel ifadeler gibi) anlamakta zorlanmaları, matematiksel başarılarını olumsuz etkilemekte ve matematik öğrenimine karşı olumsuz tutumlar geliştirmelerine neden olmaktadır (Kaput, 1999).

Öğretmenler, öğrencilerin bu zorlukların üstesinden gelmelerine yardımcı olmak için kritik bir role sahiptir. Özellikle, öğretmenlerin öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerini anlamaları ve bu süreçlere uygun pedagojik müdahalelerde bulunmaları, öğrencilerin matematiksel kavramları derinlemesine anlamalarını sağlamaktadır (Van Es ve Sherin, 2002). Öğretmenlerin öğrencilerin düşünme süreçlerini doğru bir şekilde "fark etmeleri" ve bu süreçleri öğrenme ortamına entegre etmeleri, etkili matematik öğretiminin temel unsurlarından biridir (Sherin, Jacobs ve Philipp, 2011).

Fark etme becerisi, öğretmenlerin öğrencilerin matematiksel düşüncelerini tanımlayabilmelerini, bu düşüncelerin matematiksel olarak önemli olup olmadığını değerlendirebilmelerini ve bu düşünceleri öğrenme sürecine entegre edebilmelerini içerir (Van Es ve Sherin, 2002). Bu beceri, öğretmenlerin sınıf içindeki karmaşık dinamikler arasında öğrencilerin düşünme süreçlerini gözlemlemelerini ve bu süreçlere uygun müdahalelerde bulunmalarını gerektirir. Örneğin, bir öğrencinin denklem çözme sürecinde yaptığı bir hata, öğretmen tarafından fark edildiğinde, bu hata öğrencinin matematiksel anlayışındaki bir eksikliği ortaya çıkarabilir ve öğretmen bu eksikliği gidermeye yönelik stratejiler geliştirebilir (Leatham, Peterson, Stockero ve Van Zoest, 2015). Ancak, mevcut araştırmalar, öğretmenlerin fark etme becerilerini uygulamada yetersiz kaldığını göstermektedir (Hiebert ve Grouws, 2007). Özellikle, öğretmenlerin öğrencilerin düşünme süreçlerini tam olarak anlayamadıkları ve bu süreçleri öğrenme ortamına etkili bir şekilde entegre edemedikleri belirtilmektedir (Van Es ve Sherin, 2002). Bu durum, öğrencilerin matematiksel kavramları derinlemesine anlamalarını engellemekte ve matematiksel başarılarını olumsuz etkilemektedir.

1.2. AMAÇ / PROBLEMLER ve ALT PROBLEMLER

Literatürde, öğretmenlerin fark etme becerilerini geliştirmeye yönelik çalışmaların sınırlı olduğu görülmektedir. Özellikle, Cebir öğretimi bağlamında öğretmenlerin öğrenci düşünmesini matematiksel olarak önemli pedagojik fırsatlara (MÖF) dönüştürme becerilerini inceleyen çalışmalar sınırlıdır. Bu eksiklik, öğretmenlerin sınıf içi uygulamalarında öğrenci düşünmesini etkili bir şekilde kullanmalarını sınırlamaktadır.

Bu araştırma, öğretmenlerin öğretim anındaki öğrenci düşüncelerini fark etme ve MÖF süreçlerini Cebir Öğretimi bağlamında incelerken detaylı bir kodlama şeması kullanarak niteliksel düzeyde ayrıntılı şekilde analiz etmeyi amaçlamaktadır.

Çalışmada katılımcıların yanıtları, Leatham ve arkadaşlarının (2015) orijinal çalışmasında geliştirilen ve Doğan ile Kılıç (2021) tarafından uyarlanan Matematiksel Öğretimsel Fırsatlar (MÖF) çerçevesi temel alınarak yalnızca MÖF'ü fark edip etmedikleri açısından değil, aynı zamanda MÖF'lere nasıl tepki verdikleri açısından da sistematik biçimde sınıflandırılacaktır. Bu doğrultuda; doğru yanıt odaklı (bildirim, açıklama, yönlendirme) ve matematiği anlama odaklı (ortaya çıkarma, detaylı inceleme) tepkiler arasında ayrım yapılarak öğretmenlerin pedagojik hassasiyet düzeyleri belirlenecektir. Böylece, öğretmen ve öğretmen adaylarının öğrenci düşüncelerine verdikleri pedagojik yanıtların sadece nicelik (fark etti-fark etmedi) değil, aynı zamanda nitelik (nasıl fark etti, nasıl tepki verdi) açısından da değerlendirilmesi sağlanacaktır. Bu yaklaşımla çalışma,

(a) öğrenci düşüncesini merkeze alan öğretim anlayışının öğretmenlik becerileri üzerindeki etkilerini detaylıca inceleyen özgün çalışmalardan biri olacaktır.

(b) Matematik öğretimi bağlamında öğretim anında fark etme kavramına derinlemesine ve çok katmanlı bir bakış kazandıracaktır.

(c) Mevcut literatürde genellikle ayrı ayrı ele alınan fark etme ve pedagojik tepki süreçlerini bir bütün halinde analiz edecektir.

(d) Türkiye bağlamında, MÖF odaklı senaryo temelli uygulamaların etkisini inceleyen ilk nitel çalışmalardan biri olma özelliği taşıyacaktır.

Bu yönleriyle çalışma hem öğretmen eğitimcilerine hem de öğretmen adaylarına yönelik program geliştirme süreçlerine veri sağlayabilecek özgün bir kaynak niteliği taşıyacaktır. Araştırmanın bulguları, öğretmenlerin öğrenci düşünmesini daha etkili bir şekilde değerlendirmelerine ve öğrenme sürecine entegre etmelerine yönelik stratejiler geliştirmelerine de katkı sağlamayı hedeflemektedir.

Bu araştırmada ele alınan temel kavramlar ve amaç doğrultusunda, araştırma problemi şu şekilde ifade edilebilir:

"Öğretmen ve öğretmen adayları, öğrencilerin Cebir öğrenme alanında ders esnasında karşılaştıkları matematiksel açıdan pedagojik fırsatları nasıl tespit etmekte ve fark etme süreçlerini nasıl gerçekleştirmektedir?"

1.3. SINIRLILIKLAR

Bu araştırma için sınırlılıklar aşağıdaki gibidir:

1. Araştırmanın örneklemi, toplam 12 öğretmen ve öğretmen adayından oluşmaktadır. Bu durum, bulguların tüm öğretmen ve öğretmen adaylarına genellenebilirliğini sınırlandırmaktadır.
2. Katılımcılar amaçlı örnekleme yöntemi ile seçildiğinden, farklı örnekleme yöntemleri kullanıldığında farklı sonuçlar elde edilebilir.
3. Veri toplama aracı olarak senaryolar ve görüşme formu kullanılmıştır. Bu yöntemler öğretmenlerin fark etme becerilerini anlamak için yeterli olmakla birlikte, sınıf içi gözlemler yapılmadığı için öğretmenlerin gerçek sınıf ortamındaki fark etme süreçlerinde farklılık gözlemlenebilir.
4. Çalışmada, öğretmen ve öğretmen adaylarının Cebir Öğretimi bağlamında fark etme becerileri ele alınmıştır. Bu nedenle, fark etme becerilerinin diğer matematik öğrenme alanlarındaki (geometri, veri analizi vb.) yansımaları araştırılmamıştır.
5. Çalışmada özellikle MÖF yapısı temel alınmıştır. Öğretmenlerin fark etme süreçlerini ele alan diğer çerçeveler kapsam dışı bırakılmıştır.
6. Araştırma belirli bir bağlamda, belirli katılımcılarla ve belirli bir yöntemle yürütüldüğünden, farklı eğitim sistemlerinde, farklı öğretmen gruplarıyla veya farklı kültürel bağlamlarda farklı sonuçlar elde edilebilir.

1.4. VARSAYIMLAR

Bu araştırmada aşağıdaki varsayımlar temel alınmıştır:

1. Katılımcıların görüşlerini dürüst ve açık bir şekilde paylaştığı,
2. Senaryoların öğretmen ve öğretmen adaylarının fark etme süreçlerini yansıtma gücüne sahip olduğu,

3. Öğretmen ve öğretmen adaylarının fark etme becerileri ve MÖF kavramı üzerinde eğitim veya ön bilgi farklılıklarının etkisi belirli bir düzeyde olduğu,
4. Görüşme ve veri toplama sürecinin katılımcıları doğrudan etkilemediği,
5. Araştırmada kullanılan yöntemlerin geçerli ve güvenilir veri toplamaya elverişli olduğu varsayılmıştır.

1.5. TANIMLAR

Fark Etme Becerisi (Noticing): Öğretmenlerin, sınıf içinde öğrencilerin matematiksel düşüncelerini tanıma, analiz etme ve buna uygun pedagojik kararlar alma sürecidir (Sherin, Jacobs, ve Philipp, 2011).

Öğrenci Düşüncesini Geliştirecek Matematiksel Olarak Önemli Pedagojik Fırsatlar (MÖF): Öğrencilerin matematiksel fikirlerini geliştirip güçlendirmeyi amaçlayan ve öğretmenlerin öğretim sürecinde pedagojik olarak değerlendirebileceği fırsatlar olarak tanımlanır (Leatham, Peterson, Stockero, ve Van Zoest, 2015).

Cebir Öğretimi: Matematik öğretiminin temel alanlarından biri olup, değişkenler, denklemler, fonksiyonlar ve eşitlikler gibi kavramları kapsayan bir öğrenme alanıdır (Kaput, 1999).

Senaryo Temelli Veri Toplama: Katılımcıların belirli bir bağlam içinde nasıl tepki verdiklerini analiz etmek amacıyla senaryoların kullanıldığı bir veri toplama yöntemidir (Ball, 1990).

Yarı Yapılandırılmış Görüşme: Araştırmacının önceden belirlediği sorular doğrultusunda ilerleyen ancak katılımcının yanıtlarına bağlı olarak yeni soruların eklenebildiği esnek bir görüşme yöntemidir (Karataş, 2017).

2. KAVRAMSAL ÇERÇEVE

2.1. FARK ETME BECERİSİ

Türk Dil Kurumu'na göre fark etme; görme, seçme, ayrımsama, anlama, sezme, değişme, başkalaşma, ayırt etme kavramlarına karşılık gelmektedir (TDK, 2023). Fark etme becerisi (*teacher noticing*) ise bir sınıfta neyin önemli veya dikkate değer olduğunu belirledikten sonra sınıf içi etkileşimlerin özellikleri ile bunların temsil ettiği daha geniş öğretme ve öğrenme ilkeleri arasında bağlantı kurmak ve sınıftaki etkileşimler hakkında akıl yürütmek için kişinin bağlam hakkında bildiklerini kullanması şeklinde tanımlanabilir. (Van Es ve Sherin, 2002). Bu beceri, öğretmenlerin sınıf dinamiklerini yönetmede ve öğrenci ihtiyaçlarına duyarlı pedagojik kararlar almadaki kritik rolünü vurgular (Sherin, Jacobs ve Philipp, 2011). Bu bağlamda sınıfta aktif rol oynayan öğretmenin fark etme sürecinin pasif bir süreçten ziyade dikkatini neye, ne kadar süre odaklanacağını, öğretim ortamındaki olayları nasıl yorumlayıp kategorize edeceğini ve öğretimsel kavramlarla nasıl ilişkilendireceğini kurguladığı bir süreç olduğu söylenebilmektedir. Öğretmenin bu süreçteki rolü, yalnızca gözlem yapmakla sınırlı değildir; aynı zamanda öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerini yorumlama ve bu düşünceleri öğretimsel hedeflerle bağdaştırma becerisini gerektirir (Jacobs, Lamb ve Philipp, 2010). Fark etmenin odak noktası öğretmenin yalnızca akıl yürütmesi değil, sınıf içinde öğrencilerle girdiği etkileşimdir (Sherin, Jacobs ve Philipp, 2011).

Sınıf olaylarını fark etmek literatürde geniş ölçüde incelenmiştir (Frederiksen, Sipusic, Sherin ve Wolfe, 1998; Star ve Strickland, 2008; Van Es ve Sherin, 2002; Jacobs, Lamb, ve Philipp, 2010; König, Santagata, Scheiner, Adleff, Yang, ve Kaiser, 2022). Bu ilginin temelinde, fark etme becerisinin etkili öğretim uygulamaları ve dolayısıyla öğrenci öğrenmesi üzerindeki potansiyel etkisi yatmaktadır (Kersting, Givvin, Sotelo, ve Stigler, 2012; Hiebert ve Grouws, 2007). Bu çalışmalar, öğretmenlerin sınıf içi etkileşimleri analiz ederken yalnızca öğrenci hatalarını değil, aynı zamanda öğrencilerin kullandığı stratejileri, mantık hatalarını ve kavramsal gelişimlerini de göz önünde bulundurmaları gerektiğini ortaya koymuştur (Kersting ve diğerleri, 2012). Öğretmenlerin sınıf içinde olup bitenleri, özellikle de öğrencilerin düşünme süreçlerini ve matematiksel anlayışlarını fark edebilmesi, öğretime anlık olarak uyum sağlama, yanlış anlamaları giderme ve öğrenme fırsatları yaratma kapasitelerini doğrudan etkileyebilir

(Leatham, Peterson, Stockero, ve van Zoest, 2015; Doğan ve Kılıç, 2019). Bu nedenle, fark etme becerisi, öğretmen profesyonelliğinin ve uzmanlığının kritik bir bileşeni olarak kabul edilmektedir (Bastian, Kaiser, Meyer, Schwarz, ve König, 2022).

Öğretmenin fark etmesi çeşitli şekillerde kavramsallaştırılsa da Van Es ve Sherin (2002) tarafından önerilen Fark Etmeyi Öğrenme Çerçevesi yaygın olarak kullanılan bir çerçevedir. Fark etme becerisi üç ana bileşenden oluşur (Şekil 2.1): 1)sınıf ortamında önemli veya dikkate değer durumları belirleme; 2) sınıf içi etkileşimde karşılaşılan durumlar ile öğrenme-öğretme ilkeleri arasındaki ilişkileri tarama; 3) sınıftaki iletişim hakkında fikir yürütmek için bağlam bilgisini kullanma (Van Es ve Sherin, 2002). Bu çerçevenin önemli bir yönü, öğretmenlerin sınıfta neyi fark ettiklerinin yanı sıra, bu fark etme sürecinin nasıl gerçekleştiğini de açıklamasıdır (Barnhart ve van Es, 2015).



Şekil 2.1: Öğretmen fark etme becerisi bileşenleri.

Bu çerçeveye göre fark etmenin ilk adımı sınıf olaylarının tanımlanmasıdır. Karmaşık bir faaliyet olan öğrenme-öğretme sürecinde öğretmen, sınıf ortamında, öğrencilerin ne söylediğine, konu hakkında nasıl temsiller bulunduğuna dikkat etmeli, odaklanacağı noktaya karar vermelidir (Van Es ve Sherin, 2002). Bu süreç, öğretmenin pedagojik içgörüsünü ve öğrencilerin öğrenme süreçlerine dair farkındalığını yansıtır (Choy, 2016). Frederiksen ve

arkadaşlarına göre bu aşama çağrıda bulunmak olarak adlandırılmaktadır. Çeşitli sınıf etkinliklerinde video kayıtlarında dikkat çeken kısımlara değinmek seslendirme yapmak, neyin üzerine yoğunlaştıklarını göstermek için kullanılan bir terim olmuştur (Frederiksen, Sipusic, Sherin ve Wolfe, 1998). Bu yaklaşım, öğretmenlerin sınıf içindeki kritik anları belirlemede video kayıtlarının ne kadar değerli bir araç olduğunu göstermektedir (Santagata ve Yeh, 2016). Goodwin (1994) tarafından yapılan bir çalışmada belirli olayların ön plana çıkarılması vurgulama olarak ele alınmıştır. Benzer şekilde, Tripp (1993) öğretmenin dikkatini çeken noktaları kritik olaylar olarak tanımlamışlardır. Bu kritik olaylar, öğretmenlerin mesleki gelişimlerinde önemli bir rol oynar çünkü bu olaylar, öğretmenlerin pedagojik kararlarını yeniden gözden geçirmelerine ve öğretim stratejilerini geliştirmelerine olanak tanır (Hadar ve Brody, 2016).

Van Es ve Sherin'in Fark Etmeyi Öğrenme Çerçevesine göre ikinci adım, sınıf içi etkileşimde karşılaşılan durumlar ile öğrenme-öğretme ilkeleri arasındaki ilişkileri taramadır. Örneğin, bir öğrencinin matematikte belirli bir hatayı yapması, sadece bir yanlış cevap olarak görülmek yerine, yaygın bir kavram yanılgısının (ör., Akkaya ve Durmuş, 2006; Ersoy ve Erbaş, 2005) veya belirli bir düşünme biçiminin göstergesi olarak yorumlanabilir. Öğretmen, öğrencinin fikrini içeriğin perspektifinden incelenmelidir. Bu aşamada, öğretmenin matematiksel bilgisi devreye girer, çünkü öğrencinin düşüncesindeki matematiksel derinliği anlamak, öğretmenin alan bilgisine bağlıdır (Ball ve Bass, 2009). Önemli kavramlar konusundaki bakış açısı olmadan, öğrencinin düşüncesi ya fark edilmez ya da sadece yaratıcılık veya hayal gücü olarak değerlendirilir.

Bir öğrencinin öne sürdüğü düşüncedeki matematiği duymak, öğretimde fark etmenin temel görevidir ve bu görev, matematik bilgisi, öğrencileri dinleme ve bu ikisini bağlama eğilimlerine bağlıdır. Bu nedenle, öğretmenlerin öğrencilerin informal matematiksel düşüncelerini tanıyabilmeleri ve bunları formal matematiksel kavramlarla ilişkilendirebilmeleri gerekir (Blanton ve diğerleri, 2011). Bağlantıları fark etmek hem hayal gücüne hem de içerik bilgisine ihtiyaç duyan anlık bir esneklik gerektirir (Ball ve Bass, 2009).

Tecrübeli öğretmenlerin belirli durumları, temsil ettikleri kavram ve ilkeler açısından değerlendirdikleri söylenebilir (Hughes, Packard ve Pearson, 2000). Özellikle, uzman öğretmenler, öğrencilerin sorularını ve yanıtlarını analiz ederken, bu yanıtların altında yatan matematiksel yapıları daha kolay fark edebilirler (Bastian ve diğerleri, 2022). Spesifik olarak, uzman öğretmenler acemi öğretmenlerle karşılaştırıldığında öğretimle ilgili durumsal olayları daha doğru yorumlayabilmişler, daha fazla içgörü elde etmişler ve kendilerine sunulan ilgili

öğretmen ve öğrenci davranışı ipuçlarından daha fazla çıkarım yapmışlar ve daha fazla bilgi sağlamışlardır (Nelson, 1988). Bu durum, uzmanlığın sadece daha fazla bilgiye sahip olmakla değil, aynı zamanda bu bilgiyi belirli durumlara uygulayarak anlamlı yorumlar yapabilme becerisiyle de ilgili olduğunu göstermektedir (Chi, Glaser, ve Farr, 1988).

Van Es ve Sherin'in Fark Etmeyi Öğrenme Çerçevesine göre üçüncü adım ise sınıftaki iletişim hakkında fikir yürütmek için bağlam bilgisini kullanmadır. Öğrenilen bağlam bilgisi, öğrencilerin sınıf düzeyini, konu hakkındaki anlayışlarını, öğrencilerin sosyal ve kültürel geçmişlerini ya da birbirleriyle etkileşimde bulundukları sınıf ortamının kültürünü bilmeyi ifade eder. Bu bilgi, öğretmenin öğrencilerin bireysel ihtiyaçlarını anlamasını ve öğretim stratejilerini buna göre uyarlamasını sağlar (Van Es ve Sherin, 2010).

Örneğin, bir ortaokul matematik öğretmeni, belirli bir ortaokul sınıfının olayları hakkında daha makul çıkarımlar yapabilirken, bir lise matematik öğretmeni yapamayabilir. Bu durum, öğretmenlerin belirli bir yaş grubuna özgü pedagojik stratejiler geliştirmesinin önemini vurgular (McDonald, Kazemi ve Kavanagh, 2013). Bir öğretmen, belirli bir öğrenci grubunun sınıf içi etkileşimlerini, diğer öğrenci gruplarına kıyasla daha iyi fark edebilir ve anlayabilir. Dolayısıyla, bir durumun bağlamını bilmek ve bu bilgiyi kullanmak, öğretmenlere özel sınıf olaylarını fark etmelerine yardımcı olur (Sherin ve Van Es, 2005). Bu bileşen, fark etmenin sadece pasif bir anlama süreci olmadığını, aynı zamanda öğretmenin gelecekteki eylemlerini şekillendiren bir karar verme sürecine de zemin hazırladığını gösterir. Öğretmen, fark ettiği ve yorumladığı duruma nasıl yanıt vereceğini (örneğin, bir soru sormak, ek açıklama yapmak, farklı bir örnek vermek, öğrenciyi başka bir öğrenciyle eşleştirmek vb.) belirlerken yine bağlamsal bilgiyi kullanır (Barnhart ve van Es, 2015; Peterson ve Leatham, 2009).

Sınıftaki etkileşimlerin farkına varmak, öğretmenin öğrettiği özel bağlama bağlıdır ve bu yeteneğin gelişmesi gereken alan da budur. Bu nedenle, öğretmen eğitimi programlarında, öğretmen adaylarının farklı bağlamlarda öğrenci düşüncesini yorumlama becerilerini geliştirmeye yönelik uygulamalar yapılmalıdır (Amador ve Carter, 2018). Bu durum, öğretmenlerin belirli bir alanda daha fazla deneyim kazandıkça, bu alanda karşılaştıkları durumları anlamlandırmada daha becerikli hale geldiklerini ortaya koyan araştırmalarla uyumludur (Chi, Glaser ve Farr, 1988; Lesgold ve diğerleri, 1988).

Fark etme becerisi, öğretmenlerin sınıf içindeki dinamikleri anlamalarını, öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerini yorumlamalarını ve etkili öğretim kararları almalarını sağlayan kritik bir mesleki yeterliliktir. Van Es ve Sherin'in (2002) çerçevesi, bu becerinin üç temel bileşenini sistematik bir şekilde açıklayarak, öğretmenlerin mesleki gelişimlerine yönelik

önemli bir rehber sunmaktadır. Ancak, fark etme becerisinin geliştirilmesi yalnızca teorik bilgiyle sınırlı kalmaz; öğretmenlerin sınıf içi deneyimlerini analiz etmeleri, video tabanlı refleksiyonlar yapmaları ve meslektaşlarıyla iş birliği içinde çalışmaları gerekmektedir (Van Es ve Sherin, 2021).

2.1.1. Fark Etme Becerisi ile İlgili Yapılan Çalışmalar

Bu literatür taramasıyla, matematik eğitiminde öğretmenlerin fark etme becerisi üzerine yapılan uluslararası ve Türkiye merkezli araştırmaları sentezleyerek alana genel bir bakış sunmak, temel bulguları belirlemek amaçlamaktadır.

Alan yazında, öğretmenlerin fark etme becerilerinin gelişimine ilişkin temel çalışmalardan biri, Van Es ve Sherin (2002) tarafından gerçekleştirilmiştir. Araştırmacılar, 2000-2001 akademik yılında bir sertifika programına devam eden 6 matematik ve fen bilgisi öğretmen adayının, Video Analiz Destek Aracı (VAST) kullanımıyla fark etme becerilerindeki değişimi incelemiştir. Çalışmada, VAST'ın etkisini değerlendirmek amacıyla bu aracı kullanan öğretmen adayları ile kullanmayanlar karşılaştırılmıştır. Araştırma süreci üç aşamada yürütülmüştür: İlk aşamada, öğretmen adaylarına VAST tanıtılmış; ikinci aşamada, katılımcılar tarafından bir sınıf videosu analiz edilerek tartışılmış; son aşamada ise VAST'ın öğretmen adaylarının kendi uygulamalarına nasıl entegre edilebileceği ele alınmıştır. Bulgular, VAST kullanan öğretmen adaylarının sınıf içindeki önemli olayları daha iyi fark ettiklerini ve bu olayları analiz ederken betimleyici bir yaklaşım yerine yorumlayıcı bir bakış açısı benimsediklerini ortaya koymuştur.

Sherin ve Van Es (2005) tarafından yapılan başka bir çalışmada, öğretmenlerin fark etme becerilerini geliştirmek için videoların nasıl kullanılabileceği araştırılmıştır. Bu amaçla iki ayrı araştırma yürütülmüştür. İlk araştırmada dört ortaokul matematik öğretmeni bir yıl boyunca toplam on video kulüp toplantısında kendi sınıflarından sundukları videoları izleyip tartışmışlardır. İkinci araştırmada ise bir sertifika programına kayıtlı 6 ortaokul matematik ve fen bilgisi stajyer öğretmeni, video analiz destek aracı (VAST) kullanarak kendilerinin ve diğer katılımcıların sınıflarından sundukları videoları izleyip tartışmışlardır. Öğretmenlerden, öğrenci düşünmesi, öğretmen rolleri ve sınıftaki söylemler açısından "ne fark ettin?", "kanıtın nedir?", "ne olduğu ile ilgili yorumun nedir?", "ne ile ilgili soruların var?" sorularını cevaplamaları istenmiştir. Araştırma sonucunda öğretmenlerin sınıftaki önemli olayları fark edebilme becerisinde önemli ölçüde bir artış olduğu görülmüştür. Bu çalışma, yapılandırılmış

sorularla desteklenen video analizinin, öğretmenlerin fark etme becerilerini geliştirmede etkili bir araç olduğunu göstermektedir.

Van Es ve Sherin (2008), öğretmenlerin sınıf içinde öğrenci düşünme süreçlerini fark etme becerilerini geliştirmek amacıyla video temelli bir mesleki gelişim programının etkilerini incelemiştir. Çalışma, yedi dördüncü ve beşinci sınıf öğretmeninin katılımıyla gerçekleştirilmiş olup, toplamda on video kulübü oturumu düzenlenmiştir. Her oturumda, iki öğretmen kendi sınıflarından elde ettikleri video kayıtlarını sunmuş ve bu kayıtlar üzerine grup tartışmaları yapılmıştır. Araştırmacılar, öğretmenlerin öğrenci düşüncelerini daha derinlemesine analiz edebilmeleri için hem genel hem de özel yönlendirici sorular kullanarak rehberlik sağlamıştır. Veri toplama sürecinde, her video kulübü oturumu öncesi ve sonrasında gerçekleştirilen bireysel görüşmeler ile oturumlar sırasında yapılan kayıtlar kullanılmıştır. Araştırma bulguları, öğretmenlerin video kulübü sürecine devam ettikçe öğrenci düşüncelerini yalnızca tanımlamakla kalmayıp, bu düşünceleri daha fazla dikkate alarak yorumlayıcı bir yaklaşım benimsediklerini göstermiştir. Ayrıca, öğretmenlerin öğrenci düşüncelerini fark etme sürecinde izledikleri üç farklı yol belirlenmiştir: doğrudan, döngüsel ve artırımlı. Çalışmanın diğer bir önemli sonucu, video kulübü oturumlarına katılımın öğretmenlerin sınıf içi uygulamalarını olumlu yönde etkilediğidir. Katılımcı öğretmenler, öğrenci düşüncelerine daha fazla odaklanabilmek için ders işleme hızlarını yavaşlattıklarını ve öğrencilere daha fazla soru yönelttiklerini ifade etmişlerdir.

Jacobs, Lamb ve Philipp (2010) tarafından yürütülen bir çalışmada, öğretmenlerin çocukların matematiksel düşünme süreçlerini profesyonel olarak fark etme becerilerini incelemektedir. Araştırma, ilköğretim seviyesinde görev yapan öğretmenlerin sınıf içi etkileşimlerde öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerini nasıl gözlemlediklerini, yorumladıklarını ve bu gözlemlere dayalı olarak nasıl pedagojik kararlar aldıklarını analiz etmeyi amaçlamıştır. Çalışmada nitel araştırma yöntemleri kullanılmış olup, katılımcıların video kayıtları üzerinden yapılan klinik görüşmeler ve yazılı yansımalar veri toplama araçları olarak kullanılmıştır. Araştırmacılar, profesyonel fark etme becerisini üç temel bileşene ayırmıştır: (1) önemli matematiksel detayları gözlemleme, (2) öğrenci düşüncesini yorumlama ve (3) uygun öğretimsel kararlar alma. Bulgular, deneyimli öğretmenlerin yeni başlayan meslektaşlarına kıyasla öğrenci düşüncesindeki ince matematiksel detayları daha iyi tespit edebildiklerini ve bu gözlemlerini daha etkili öğretim stratejilerine dönüştürebildiklerini ortaya koymuştur. Ayrıca çalışma, profesyonel fark etme becerisinin öğretmen eğitimi programlarında sistematik olarak geliştirilmesi gereken kritik bir uzmanlık alanı olduğunu vurgulamaktadır.

Van Es (2011) tarafından kaleme alınan bir makalede, öğretmenlerin öğrenci fikirlerine nasıl dikkat ettiklerine ve bunları nasıl yorumladıklarına odaklanan, öğrenci düşünmesini fark etmeyi öğrenmek için bir çerçeve önerilmiştir. Araştırmacı, öğretmenlerin öğrenci düşünmesini fark etme becerisini dört temel boyutta analiz etmiştir: (1) Nesneye odaklanma**:** Öğretmenlerin dikkatini öğrenci düşüncesinin hangi yönlerine yönelttikleri, (2) Yorumlama düzeyi**:** Gözlemlerin betimsel mi yoksa analitik mi olduğu, (3) Referans noktaları**:** Yorumların dayandığı teorik veya pratik temeller ve (4) Alternatif bakış açıları**:** Öğretmenlerin tek bir perspektifle mi yoksa çoklu perspektiflerle mi yaklaştığı. Çalışma, video tabanlı mesleki gelişim programlarının öğretmenlerin fark etme becerilerini geliştirmede etkili bir araç olduğunu vurgulamaktadır. Özellikle, öğretmenlerin sistematik olarak sınıf videolarını analiz etmelerinin ve meslektaşlarıyla tartışmalar yapmalarının, öğrenci düşüncesine dair fark etme becerilerini artırdığı sonucuna varılmıştır.

Fernández, Llinares ve Valls (2012) çalışmalarında, çevrimiçi tartışma platformlarının matematik öğretmenlerinin öğrenci düşünme süreçlerini fark etme becerileri üzerindeki etkisini araştırmaktadır. İspanya'da ilköğretim matematik öğretmenleriyle gerçekleştirilen araştırma, katılımcıların çevrimiçi ortamlarda yürüttükleri mesleki tartışmaların sistematik analizine dayanmaktadır. Araştırma sonuçları, çevrimiçi tartışma ortamlarının öğretmenlerin öğrenci çözüm stratejilerini daha detaylı analiz etmelerine önemli ölçüde katkı sağladığını göstermektedir. Çalışma sürecinde, katılımcıların zaman içinde dikkatlerini giderek öğrenci düşüncesinin matematiksel içeriğine yoğunlaştırdıkları gözlemlenmiştir. Özellikle asenkron iletişim yönteminin, öğretmenlerin yansıtıcı düşünme süreçlerini derinleştirmede etkili olduğu tespit edilmiştir. Çalışma, çevrimiçi mesleki gelişim programlarının öğrenci çalışmalarının analizi, alternatif öğretim stratejilerinin tartışılması ve öğrenci düşüncesinin yorumlanması gibi kritik süreçlerde önemli avantajlar sunduğunu ortaya koymaktadır. Araştırmacılar, teknoloji destekli mesleki gelişim yaklaşımlarının öğretmenlerin pedagojik fark etme becerilerini geliştirmede etkili bir yöntem olduğu sonucuna varmışlardır. Bu bulgular, özellikle uzaktan eğitim dönemlerinde öğretmen destek programlarının tasarımı için önemli çıkarımlar sunmaktadır.

Lau ve Man (2018) tarafından yazılan "*Teacher Noticing: Advancing Understanding of Teaching, Learning, Policy, and Practice in Mathematics Education*" başlıklı makale, matematik eğitiminde öğretmen farkındalığı kavramının öğretim, öğrenme, politika ve uygulama boyutlarındaki rolünü kapsamlı bir şekilde ele almaktadır. Araştırmacılar, öğretmenlerin sınıf içi etkileşimlerde öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerini nasıl

gözlemledikleri ve yorumladıkları üzerine odaklanarak, bu becerinin matematik eğitimindeki kritik önemini vurgulamaktadır. Çalışma, öğretmen farkındalığının üç temel bileşenini detaylı olarak incelemektedir: (1) öğrenci düşüncesindeki önemli noktaları belirleme, (2) bu gözlemleri pedagojik bilgi ile yorumlama ve (3) uygun öğretim kararları alma. Araştırma bulguları, etkili öğretmen farkındalığının öğrenci başarısını doğrudan etkilediğini ve matematiksel kavram yanılgılarının erken tespitinde kilit rol oynadığını ortaya koymaktadır. Makale ayrıca, öğretmen eğitimi programlarında fark etme becerilerinin geliştirilmesine yönelik politika önerileri sunmakta ve video tabanlı mesleki gelişim, akran gözlemi ve yansıtıcı uygulamalar gibi etkili stratejiler önermektedir. Yazarlar, öğretmen farkındalığı araştırmalarının matematik eğitiminin tüm paydaşları için önemli çıkarımlar sunduğunu ve gelecek araştırmalar için yeni yönler önerdiğini belirtmektedir.

Weyers ve diğerleri (2024) tarafından yapılan bir derleme, matematik eğitiminde öğretmenlerin fark etme becerisi üzerine yapılan son araştırmaları (2019-2022) incelemiştir. Bu derleme, kavramsal yaklaşımları, araştırma yöntemlerini ve öğretmen bilgisi ve inançları gibi diğer yapılarla olan ilişkileri analiz etmiştir. Bilişsel-psikolojik perspektifin baskın olduğu ve birçok çalışmanın küçük örneklemler ve nitel yöntemler kullandığı bulunmuştur. Fark etme becerisi ile inançlar veya öğretim kalitesi arasındaki ilişki ise nadiren ele alınmıştır. Bu çalışma, uluslararası matematik eğitimi alanında öğretmenlerin fark etme becerisi üzerine yapılan son araştırmaların bilişsel-psikolojik bir bakış açısıyla baskın olduğunu ve genellikle küçük örneklemlerle nitel metodolojiler kullandığını göstermektedir. Ayrıca, uluslararası literatürde öğretmenlerin fark etme becerisi ile inançları ve öğretim kalitesi gibi diğer önemli öğretmen özellikleri arasındaki ilişkinin daha fazla araştırılması gerektiği sonucuna varılmıştır.

Osmanoğlu, Işıksal ve Koç (2012) tarafından gerçekleştirilen bir nitel çalışmada, öğretmen adaylarının ilköğretim matematik programında öne çıkan öğrenci rolleri hakkındaki fark etme düzeyleri incelenmektedir. Araştırmada, video tabanlı örnek olay inceleme yöntemi kullanılarak öğretmen adaylarının gözlem ve yorumlama becerileri detaylı şekilde analiz edilmiştir. Çalışma, Türkiye'deki bir devlet üniversitesinde öğrenim gören matematik öğretmeni adaylarıyla yürütülmüştür. Katılımcıların, video kayıtları üzerinden sınıf içi etkileşimleri analiz ederken özellikle: (1) öğrencilerin matematiksel süreçlerdeki aktif rolü, (2) akıl yürütme becerileri ve (3) matematiksel iletişim yetkinlikleri üzerinde yoğunlaştıkları gözlemlenmiştir. Araştırma bulguları, öğretmen adaylarının programda vurgulanan öğrenci merkezli yaklaşımları fark etme düzeylerinin sınırlı olduğunu ortaya koymaktadır. Çalışmanın en önemli sonuçlarından biri, video tabanlı örnek olay çalışmalarının öğretmen adaylarının

mesleki gözlem becerilerini geliştirmede etkili bir araç olduğudur. Araştırmacılar, öğretmen eğitimi programlarında bu tür uygulamaların artırılmasını ve adayların sınıf içi dinamikleri daha sistematik analiz edebilmeleri için desteklenmesini önermektedir.

Güner ve Akyüz (2017) tarafından yürütülen bu çalışma, ders imecesi mesleki gelişim modeli kapsamında öğretmen adaylarının öğrencilerin matematiksel düşünmesini fark etme düzeylerini ve bu modele ilişkin görüşlerini derinlemesine incelemektedir. Araştırma, dört matematik öğretmen adayının katılımıyla gerçekleştirilmiş olup, ders imecesi sürecinin planlama, uygulama ve tartışma aşamalarını sistematik bir şekilde ele almıştır. Çalışmada, bir öğretmen adayı gerçek sınıf ortamında uygulamayı gerçekleştirirken, diğer üç aday ile araştırmacılar gözlemci olarak sürece dahil olmuşlardır. Uygulama sonrasında tüm katılımcılar bir araya gelerek ders üzerine detaylı tartışmalar yapmışlardır. Araştırma sonuçları, öğretmen adaylarının başlangıçtaki fark etme becerilerinin sınırlı düzeyde olduğunu ortaya koymakla birlikte, ders imecesi sürecinin bu becerilerin gelişimine önemli katkılar sağladığını göstermiştir. Çalışmanın dikkat çekici bulgularından biri, öğretmen adaylarının mesleki tartışmalar yoluyla olaylara farklı perspektiflerden bakabilme becerisi kazandıklarıdır. Katılımcılar, bu işbirlikçi sürecin hem mesleki gelişimlerine hem de ders anlatım becerilerine önemli katkılar sağladığını ifade etmişlerdir. Araştırmacılar, ders imecesi modelinin öğretmen adaylarının teorik bilgilerini pratik uygulamalarla bütünleştirmede etkili bir araç olduğunu ve bu modelin öğretmen eğitimi programlarına sistematik olarak entegre edilmesinin pedagojik fark etme becerilerinin önemli ölçüde artıracağını öne sürmektedir.

Gürsoy (2019) tarafından yürütülen yüksek lisans tez çalışması, bir matematik öğretmeninin cebir konularını öğretirken sergilediği fark etme becerilerini detaylı şekilde incelemektedir. Eylem araştırması yönteminin kullanıldığı çalışma, bir devlet okulunda görev yapan deneyimli öğretmenin gerçek sınıf ortamındaki uygulamalarına odaklanmıştır. Araştırmada video kayıtları, sınıf gözlemleri ve öğretmen görüşmeleri gibi çeşitli veri toplama yöntemleri kullanılmıştır. Özellikle video analiz tekniği, öğretmenin ders sırasında fark edemediği öğrenci düşüncelerini sonradan detaylı şekilde incelemesine olanak sağlamıştır. Çalışma bulguları, bu yöntemin öğretmenin sorgulama becerilerini geliştirdiğini ve öğrenci düşünme süreçlerini daha iyi anlamasına yardımcı olduğunu göstermiştir. Sonuç olarak araştırma, öğretmenlerin mesleki gelişiminde video tabanlı öz-yansıtma tekniklerinin önemini vurgulamaktadır. Gürsoy (2019), matematik öğretmenlerinin fark etme becerilerini geliştirmek için bu tür uygulamaların mesleki eğitim programlarına entegre edilmesini önermektedir.

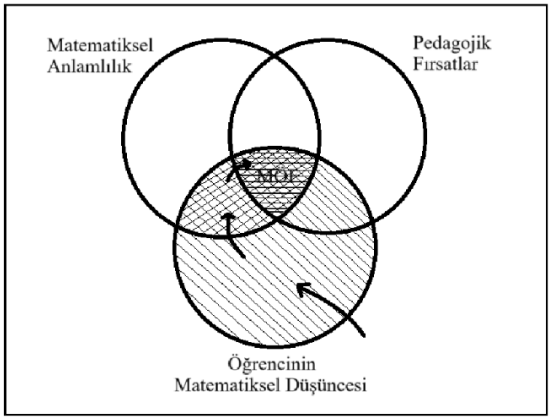
Çalışma, öğretmenlerin kendi uygulamalarını analiz etmelerinin pedagojik kararlarını olumlu yönde etkilediğini ortaya koymaktadır.

Yılmaz ve Baki (2023) tarafından ele alınan bir çalışma, bir ortaokul matematik öğretmeninin alan ölçme konusunu öğretirken sergilediği fark etme becerilerini detaylı olarak incelemektedir. Araştırmada nitel yöntem kullanılmış ve öğretmenin sınıf içi uygulamaları video kayıtlarıyla belgelenerek analiz edilmiştir. Çalışmanın bulguları, öğretmenin fark etme becerilerinin öğretim sürecine önemli katkılar sağladığını ortaya koymaktadır. Ayrıca, öğretmenin öğrencilerin matematiksel akıl yürütme süreçlerini doğru şekilde değerlendirebildiği ve bu değerlendirmeler doğrultusunda uygun pedagojik müdahaleler geliştirebildiği tespit edilmiştir. Araştırma sonuçları, öğretmenin fark etme becerilerinin öğrencilerin kavramsal anlamalarını olumlu yönde etkilediğini göstermektedir. Özellikle alan ölçme gibi soyut matematiksel kavramların öğretiminde bu becerilerin önemli bir rol oynadığı anlaşılmıştır. Çalışma, matematik öğretmenlerinin mesleki gelişiminde fark etme becerilerinin geliştirilmesinin gerekliliğini vurgulamaktadır. Çalışmanın önerileri arasında, öğretmenlerin fark etme becerilerini geliştirmek için video analizleri ve benzeri yöntemlerin kullanılması yer almaktadır. Araştırmacılar, bu tür uygulamaların öğretmen eğitimi programlarına dahil edilmesinin mesleki gelişime önemli katkılar sağlayacağını ifade etmektedir.

Yapılan çalışmalar, öğretmenlerin fark etme becerisinin matematiksel düşünmenin anlaşılması ve pedagojik kararların niteliği açısından kritik bir rol oynadığını ortaya koymaktadır. Hem uluslararası hem de Türkiye merkezli araştırmalar, özellikle video temelli analizler, meslektaş etkileşimleri ve yapılandırılmış tartışmalar yoluyla bu becerinin geliştirilebileceğini göstermektedir. Araştırmalar, öğretmenlerin öğrenci düşüncelerini fark etme, yorumlama ve bu düşünceleri öğretim sürecine entegre etme düzeylerinin mesleki deneyim ve destekleyici uygulamalara bağlı olarak değiştiğini ortaya koymuştur. Ayrıca, fark etme becerisinin sadece bireysel öğretimsel kararlarla sınırlı kalmadığı, öğretmenlerin pedagojik inançları, öğretim stratejileri ve öğrenci başarısıyla da yakından ilişkili olduğu anlaşılmaktadır. Bu bağlamda, öğretmen eğitimi programlarının fark etme becerisine sistematik şekilde odaklanması gerektiği ve bu becerinin hem başlangıç düzeyindeki öğretmen adayları hem de hizmet içindeki öğretmenler için sürdürülebilir biçimde geliştirilmesinin önem taşıdığı vurgulanmaktadır.

2.2. PEDAGOJİK FIRSATLAR

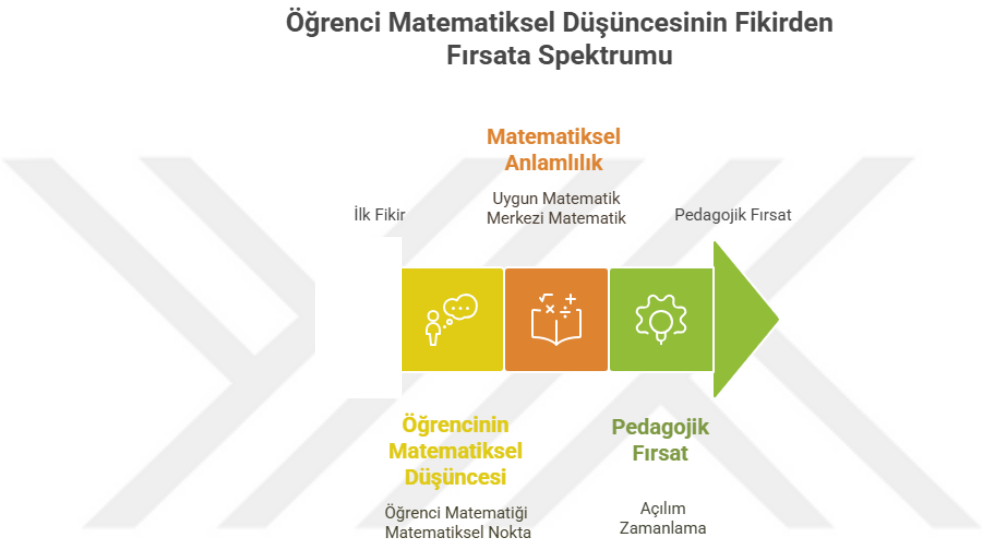
Matematik öğrenme sürecinin temel mekanlarından biri olan sınıf ortamında, öğrencilerin kazandığı deneyimler öğrenmelerini tetikleyen unsurlardan biridir (Doğan ve Kılıç, 2019). Kaliteli bir matematik deneyimini ise sınıfta yapılan matematiksel tartışmalar, matematiksel fikirlerin açıklamaları ve savunmalar oluşturur (Walshaw ve Anthony, 2008). Bu tür öğretim ortamlarında öğretmenin rolü, konuyu temsil etmenin uygun yollarını seçmek, sorular sormak, etkinlikler önermek ve tartışmalar geliştirmektir (Davies ve Walker, 2005). Öğretmenin bir öğretim deneyiminde gerçekleştirdiği bu prensipler, olayları nasıl algıladığına ve olaylara ne anlam yüklediğine bağlıdır ki araştırmalar öğretmenlerin öğrencilerin düşüncelerinden öğrenmeyi nasıl gerçekleştireceklerini kariyerleri boyunca öğrenmeye devam ettiklerini göstermiştir (Franke, Carpenter, Levi ve Fennema, 2001). Özellikle yeni başlayan öğretmenler için öğrenci düşüncesini, matematiksel öğretiyi geliştirmek için kullanma fikri çoğu zaman atlanır (Peterson ve Leatham, 2009). Bununla birlikte yetenekli öğretmenler bir ders sırasında önemli matematiksel anların ne zaman meydana geldiğini sıklıkla fark ederler (Leatham ve vd., 2015). Derste gerçekleşen bu tür anlardan Walshaw ve Anthony (2008) "öğrencilerin sınıf ortamında öğretmen için bir seçim veya fırsat anı oluşturduğu kritik anlar", Davies ve Walker (2005) ise “önemli matematiksel örnekler” şeklinde bahsetmiştir. Leatham ve arkadaşları (2015), literatürde farklı şekilde anılan bu anları inceleyerek bu anlara bir mercek olması amacıyla (*Mathematically Significant Pedagogical Opportunity to Build on Student Thinking (MOST)*) Öğrenci Düşüncesi Üzerine İnşa Edilen Matematiksel Olarak Önemli Pedagojik Fırsatlar (MÖF) ismini verdikleri bir çerçeve geliştirmişlerdir. Bu çerçevenin ana hatlarını öğrencinin matematiksel düşüncesi, matematiksel olarak anlamlılık ve pedagojik fırsatlar oluştururken, yapıyı tanımlamak için kullanılan yol Şekil 2.2’de gösterilmiştir.



Oklar analizde izlenen yolu göstermektedir. Gölgeli bölgeler tüm öğrenci katkılarından MÖF olanlara doğru ilerleyişi göstermektedir.

Şekil 2.2: MÖF analitik süreci (Leatham ve vd., 2015).

Leatham vd. (2015), bu çerçeveyi oluştururken her öğretmen için sınıf ortamında öğrencilerin düşüncesini üretken bir şekilde kullanmalarını kolaylaştırmayı amaçlamaktadır. Şekil 2.3'te de gösterildiği gibi bu süreçte ilk adım öğrencinin matematiksel düşüncesine odaklanmaktır. Sonraki aşama bu düşüncenin matematiksel olarak anlamlı olup olmadığına karar vermek oluyor. Son olarak bu düşüncenin pedagojik olarak bir fırsat mı olduğuna karar verilip analitik süreç tamamlanıyor.



Şekil 2.3: Öğrenci düşüncesinden pedagojik fırsata geçiş süreci.

2.2.1. Öğrencinin Matematiksel Düşüncesi (ÖD)

Leatham vd. (2015)'e göre karşılaşılan bir örneğin MÖF olabilmesi için ilk olarak öğrenci fikirlerine dayanması gerekir. Öğrenci fikrinin nitelendirilmesinde iki kritere bakılır:

(a) Öğrenci Matematiği (ÖM)

(b) Matematiksel Nokta (MN)

2.2.1.1. Öğrenci Matematiği (ÖM)

Bir öğretmen, öğrencinin matematiksel olarak ifade ettiği bir fikriden, doğruluğundan bağımsız olarak, bir çıkarımda bulunabiliyorsa öğrenci matematiği kriterini karşılamış olur. Öğrenci matematiği kriterinde, her durum kendi bağlamına göre değerlendirilmelidir. Örneğin, "Anlıyor musun?" sorusuna verilen öğrenci cevabı "Hayır" olduğunda, öğrencinin matematiksel olarak ne düşündüğüne dair bir içgörü sağlamaz; dolayısıyla, öğrenci matematiğini çıkarsamak için yeterli kanıt olmaz ve bu kriter karşılanmamış olur. Öte yandan,

bir öğretmen sınıfa Ax + By = C denkleminin doğrusal bir denklem olup olmadığını sorarsa, "Hayır" cevabını veren bir öğrencinin " Ax + By = C denklemi doğrusal bir denklem değildir" diye düşündüğü makul bir şekilde çıkarılabilir, dolayısıyla öğrenci matematik kriteri karşılanmış olur. Bununla birlikte, öğrencilerin fikirlerini tam ve açık bir şekilde ifade etmelerine gerek yoktur. Eğer bir öğretmen, elindeki kanıtlara dayanarak makul bir çıkarımda bulunabiliyorsa, o zaman öğrenci matematiği kriteri karşılanmış demektir (Leatham vd., 2015).

2.2.1.2. Matematiksel Nokta (MN)

Bir düşüncenin öğrenci matematiği kriterini karşıladığı kabul edildikten sonra, matematiksel nokta kriterini karşılayıp karşılamadığına bakılır. Karşılaştığımız öğrenci düşüncesi matematiksel bir fikirse matematiksel nokta kriterini karşılar. Örneğin "Toplama ve çıkarma işlemleri birbirinin tersi işlemlerdir." ifadesi matematiksel nokta kriterine uygundur. Öğrenci matematiği kriterine uyan her fikir matematiksel bir noktayla yakından ilişkili olmayabilir. Örneğin, Pisagor teoremiyle ilgili bir derste öğretmenin öğrencilere üzerinde çalıştıkları problemin çözümünde çıkan sonuç çok büyükse karekök almayı unutmuş olabileceklerini söylediğini düşünelim. Sınıftan bir öğrenci "Karekök aldım, ancak cevabım hala yanlış." derse, öğrenci matematiğini çıkarsamak için yeterli kanıt vardır: Bağlamdan öğrencinin karekök kullandığını ve muhtemelen bir şekilde Pisagor teoremini kullandığını çıkarabiliriz. Ancak öğrencinin matematiksel fikri belirlemek için ne yapmış olabileceği hakkında yeterli bilgiye sahip değiliz. Matematiksel bir nokta belirleyemediğimiz için, bu örnek matematiksel nokta kriterini karşılamaz (Leatham vd., 2015).

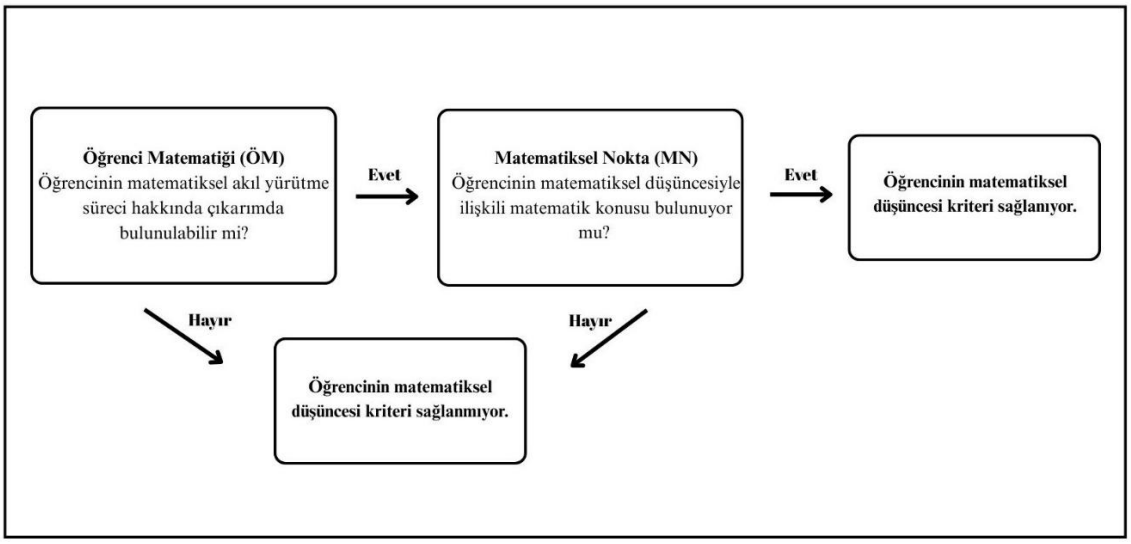
Şekil 2.3'te öğrencinin matematiksel düşüncesinin analiz süreci özetlenmiştir. Leatham vd., (2015)'e göre kriterlerden en az biri karşılanmazsa, analiz sona erer ve öğrencinin fikrinin bir MÖF olmadığı sonucuna ulaşılır.

2.2.2. Matematiksel Anlamlılık (MA)

Leatham vd. (2015)'e göre karşılaşılan bir örneğin MÖF olabilmesi için öğrenci matematiğiyle ilgili matematiksel noktanın sınırlı öğretim süresinin kullanımını gerektirmesi gerekir; yani, örnek matematiksel olarak anlamlı olmalıdır. Matematiksel olarak anlamlı terimi, öğretmenlerin öğrencilerine matematik öğrenimi katması bağlamında kullanılır. Bir örnek, iki temel ölçütü karşıladığında matematiksel olarak anlamlı olarak nitelendirilir:

(a) Matematiksel nokta, öğrencilerin matematiksel gelişim düzeyine uygun olmalıdır. (Uygun matematik (UM))

(b) matematiksel nokta, matematiksel hedefler açısından merkezi olmalıdır. (Merkezi matematik (MM))



Şekil 2.4: ÖD analiz süreci.

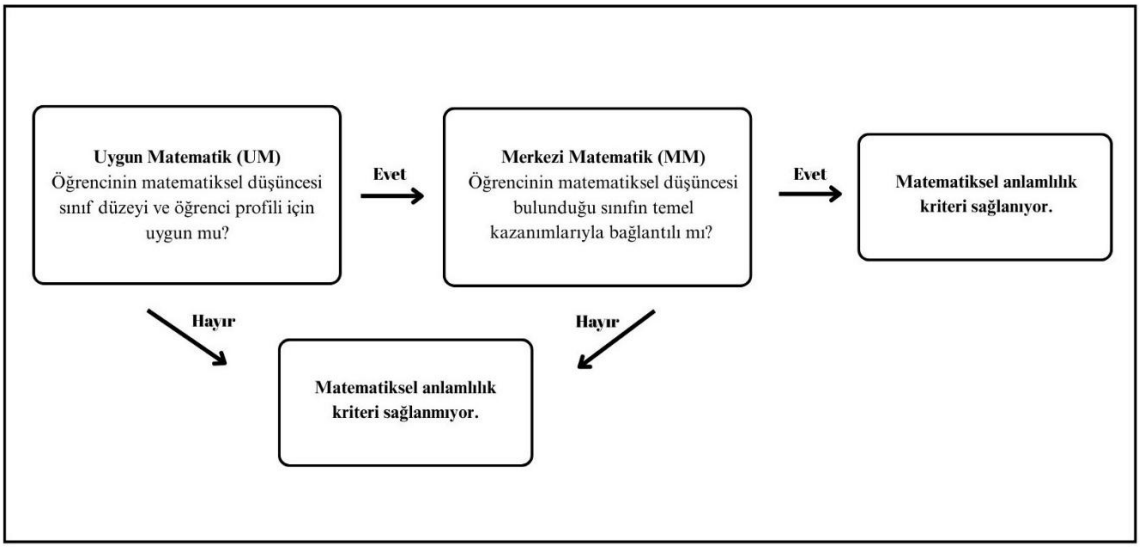
2.2.2.1. Uygun Matematik (UM)

Matematiksel olarak anlamlı olmanın ilk ölçütü, matematiksel noktanın, benzer eğitim süreçlerinden geçmiş olan öğrencilerin matematiksel gelişim düzeyine uygun olmasıdır. Bir matematiksel noktanın uygun matematik ölçütünü karşılaması için iki kritere uyması gerekir. Birincisi, matematiksel nokta, önceki matematiksel deneyimleri göz önünde bulundurulduğunda öğrenciler için erişilebilir olmalıdır; matematiksel noktayla etkileşime girmek için yeterli hazır bulunuşluk düzeyinde olmalıdırlar. İkinci olarak, matematiksel nokta, bu matematik seviyesindeki çoğu öğrencinin zaten anlamış olduğu bir nokta olmamalıdır. Örneğin, "Limit bir şeklin tam alanını bulmak için kullanılabilir" matematiksel noktasını ele alalım. Bu matematiksel nokta, bir bölgenin tam alanını bulmak için henüz limit kullanmamış olan ancak limit kavramının tanımını bilen bir öğrenci grubunda erişilebilir olurdu. Ancak, aynı matematiksel nokta, limitin henüz işlenmediği bir sınıfta ortaya çıksaydı, erişilebilir olmazdı ve dolayısıyla uygun matematik olmazdı. Uygun matematik ölçütünün diğer bileşeni, matematiksel noktanın zaten anlaşılmış olma ihtimalinin olup olmadığıdır. Eğer matematiksel nokta öğrenciler tarafından daha önceden anlaşılmışsa, öğrenim noktasına katkı sağlamaz dolayısıyla uygun matematik ölçütünü karşılamazdı (Leatham vd., 2015).

2.2.2.2. Merkezi Matematik (MM)

Matematiksel olarak anlamlılık kriterinin ikinci ölçütü olan merkezi matematik, matematiksel noktanın öğrenciler için merkezi bir matematiksel hedefle ilişkili olmasıdır.

Matematiksel noktayı merkezi matematik ölçütüyle ilişkili olarak analiz ederken, matematiksel hedeflerin (a) belirli bir konu için hedeflenen kazanımlardan genel olarak matematiksel öğrenme için geniş hedeflere kadar uzadığını ve (b) hem matematiksel içeriği hem de matematiksel uygulamaları kapsadığına dikkat etmek gerekir. Kısacası, merkezi matematik kriterini karşılama eşiği, matematiksel noktanın ders hedeflerine yakınlığı ve genel olarak matematik için ne kadar merkezi olduğu ile ilgilidir. Örneğin, öğrencilerin doğrusal bir fonksiyonun grafiği ile eğim-kesişim formunda yazılmış denklemi y = mx + b arasındaki ilişkiyi anlamalarını amaçlayan bir derste bir öğrencinin " y = mx + b formundaki doğrusal bir denklemde, b değeri y-kesişiminin y koordinatını temsil eder." ifadesi, bu seviyedeki öğrenciler için uygun bir matematiktir ve dersin matematiksel hedefinin merkezinde yer alır, bu nedenle her iki kriteri de açıkça karşılar ve matematiksel olarak anlamlıdır. Aynı ders sırasında diğer bir öğrencinin "Fonksiyonlarda her giriş değeri için benzersiz bir çıkış değeri vardır.” ifadesi, bir önceki matematiksel noktadan kesinlikle daha uzak bir hedef olsa da, Cebir eğitimi için merkezi bir matematiksel hedeftir. Bu nedenle, bu örnek de matematiksel olarak anlamlıdır (Leatham vd., 2015). Şekil 2,5’te bir öğrenci düşüncesinin matematiksel anlamlı olup



Şekil 2.5: MA analiz süreci.

olmadığına dair yapılan analiz süreci özetlenmiştir. Leatham vd., (2015)’e göre kriterlerden en az biri karşılanmazsa, analiz sona erer ve öğrencinin fikrinin bir MÖF olmadığı sonucuna ulaşılır.

2.2.3. Pedagojik Fırsat (PF)

Leatham vd. (2015) ders esnasında öğrenci düşüncesini, o anda matematiksel olarak anlamlı bir noktaya doğru inşa etmeyi pedagojik fırsat olarak tanımlar. Bazı öğrenci eylemleri,

daha fazla öğrenci matematiksel düşüncesini ortaya çıkarmak, matematiksel bir kavramı açıklamak veya eldeki matematiksel görev için talimatları açıklamak gibi farklı türde pedagojik hareketler yapma fırsatı sağlar. Odak noktası, öğrencinin matematiksel düşüncesinin o anda sınıfa, o düşünceyi matematiksel olarak önemli bir noktaya doğru inşa etme fırsatı sağladığı durumlardır. Leatham vd. (2015) pedagojik fırsat kavramını kavramsallaştırırken, Remillard ve Geist'ın (2002) çalışmalarından yararlanmışlardır. Remillard ve Geist (2002), öğrencilerin sorularını, gözlemlerini, meydan okumalarını, matematiksel veya pedagojik konuların ortaya çıktığı durumlarda öğrenmeyi teşvik etme fırsatları olarak görmüşlerdir. Pedagojik bir fırsat, bir öğrencinin düşüncesinin, o düşünceyi tartışma konusu yaparak değerlendirme fırsatının olduğu bir zamanda bir açılış yaratmasıyla ortaya çıkar. Bu nedenle, bir düşünce iki temel ölçütü karşıladığında pedagojik bir fırsatı bünyesinde barındırır:

(a) Öğrencinin düşüncesi, o düşünceyi konunun matematiksel noktasına doğru inşa etmek için bir açılım yaratmalıdır. (Açılım)

(b) Düşüncenin ders sırasında ortaya çıktığı anda bu açılımdan yararlanmak için zamanlama doğru olmalıdır. (Zamanlama) (Leatham vd., 2015)

2.2.3.1. Açılım

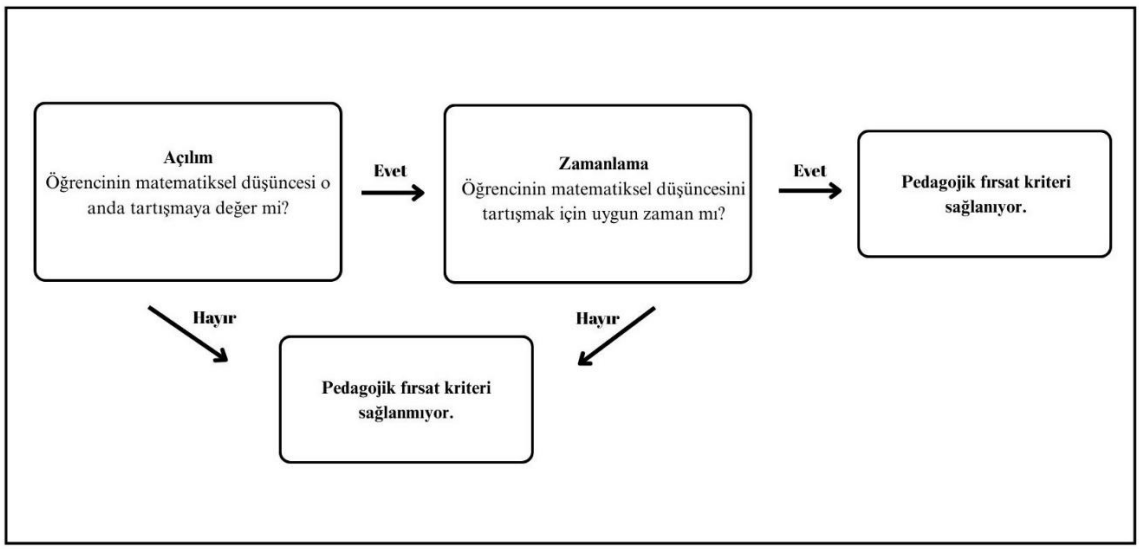
Leatham vd. (2015) açılımı, bir öğrencinin matematiksel düşüncesinin, diğer öğrencilerde matematiği anlamlandırmaya yönelik entelektüel bir ihtiyaç yarattığı veya yaratma potansiyeline sahip olduğu bir durum olarak tanımlarlar. Açılım, öğretmenlerin değil öğrencilerin yaptıkları ve söyledikleri tarafından belirlenir. Bir örneğin açılım olup olmadığı, öğrencileri, matematiği anlamaları gerektiği yönünde konumlandırması ölçüsüne göre belirlenir. Yeni bir akıl yürütme içeren doğru bir cevap, yaygın veya matematiksel olarak zengin bir yanlış anlama içeren yanlış bir cevap, matematiksel bir çelişki, eksik veya yanlış akıl yürütme, neden veya genelleme soruları açılım oluşturma olasılığı olan ifadelere örnek olarak verilebilir. Örneğin, denklem sistemlerini çözme üzerine gerçekleşen bir ders esnasında Öğrenci A, iki denklemi bir araya getirmenin çözüm kümesini neden değiştirmediğiyle ilgili bir soru sorarken Öğrenci B, öğretmenden x değişkenini ortadan kaldırmak için attıkları adımların açıklamasının tekrarlamasını istesin. Her iki öğrenci sorusu da, bu ders için uygun ve merkezi olan "Eşitliğin toplama özelliği" matematiksel noktasıyla ilgili öğrenci matematiksel düşüncelerini içerir. Dolayısıyla her iki örnek de matematiksel olarak anlamlı olarak nitelendirilir. Öğrenci A'nın matematiksel düşüncesini (bir neden sorusu) eldeki içeriğin anlamını çıkarmak için entelektüel bir ihtiyaç yaratırken; Öğrenci B prosedürün neden işlediğini anlamak istese de sorularından yalnızca açıklamaların bir kısmını tekrar duyma

isteğini çıkarırız. Dolayısıyla, bu eylem (tekrarlanan bir soru) öğrencilerde matematiği anlamak için entelektüel bir ihtiyaç yaratmaz. Öğrenci A'nın sorusu düşüncelerini geliştirmek için bir fırsat sunarken, Öğrenci B'nin sorusu sunmaz.

2.2.3.2. Zamanlama

Leatham vd. (2015) göre zamanlama, ders için genel planı, o anda sınıftaki öğrencilerin ortaya atılan fikirle etkileşime girmeye hazırlığını ve açılımın ortaya çıktığı bağlamı dikkate alır. Pedagojik bir fırsat bir açılım olmanın yanında o anda öğrencilerin konunun matematiksel olarak önemli noktasını daha iyi anlamalarını sağlayacağı bir zamanda ortaya çıkar. Örneğin, Öğrenci A'nın iki denklemi bir araya getirmenin bir denklem sisteminin çözüm kümesini neden değiştirmediğiyle ilgili sorusunu tekrar ele alırsak soru bir açılım yaratsa da, sorunun zamanlaması pedagojik bir fırsat yaratıp yaratmadığını belirlemek için dikkate alınmalıdır. Öğrenci A'nın, soruyu öğretmenin konu anlatımının ortasında sorması durumuyla, öğretmen konu anlatımını bitirdikten ve öğrencileri uygulamaya dahil ettikten sonra soruyu sorması durumunu düşünelim. İlk durumda, Öğrenci A'nın sorusu öğrencilerin konuyu anlamaları için potansiyel bir entelektüel ihtiyaç yaratıyor. Ancak, konunun yalnızca bir kısmı sunulduğu için, sınıfın çoğunluğu muhtemelen ortaya atılan fikirle ilgilenmeye henüz hazır değil ve bu nedenle neden işe yaradığını tartışmak için zamanlama henüz doğru değildir diyebiliriz. Buna karşılık, ikinci durumda, başlangıçtaki öğretim hedefi tamamlanmış ve sınıfın tamamı konuya yeterince maruz kalmıştır, bu nedenle konunun altında yatan matematiği anlamaya hazır oldukları sonucuna varmak mantıklıdır. Dolayısıyla zamanlama doğrudur ve Öğrenci A'nın ikinci durumdaki sorusu pedagojik bir fırsat yaratmaktadır.

Şekil 2.6'da bir öğrenci düşüncesinin pedagojik fırsat olup olmadığına dair yapılan analiz süreci özetlenmiştir. Leatham vd., (2015)'e göre kriterlerden en az biri karşılanmazsa, analiz sona erer ve öğrencinin fikrinin bir MÖF olmadığı sonucuna ulaşılır.

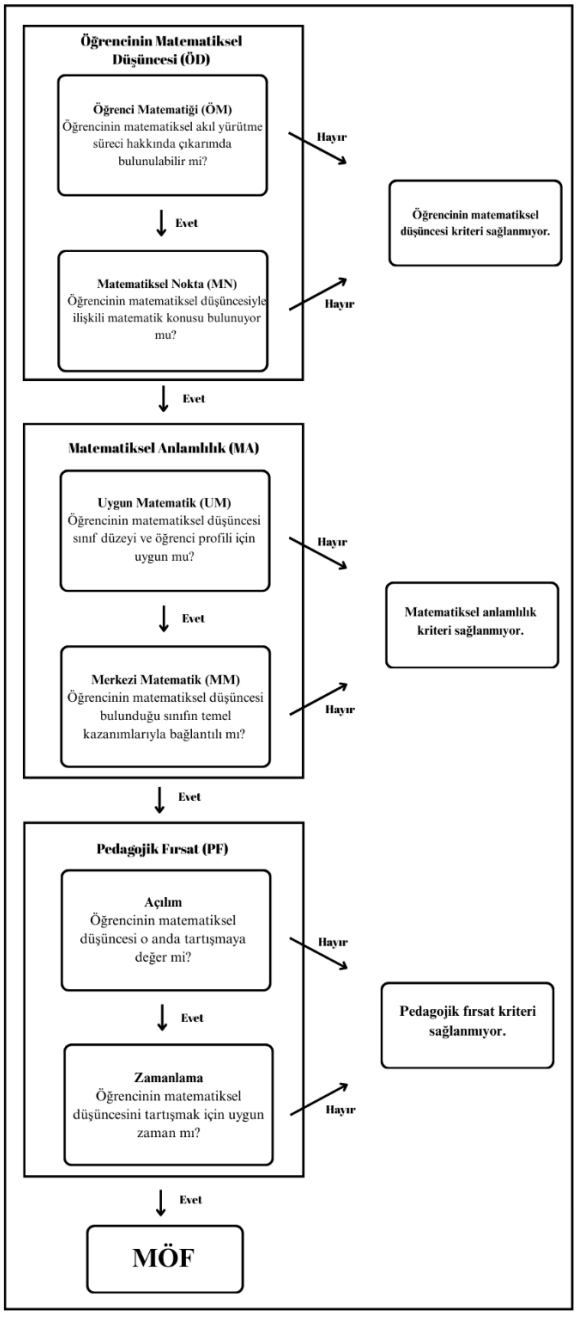


Şekil 2.6: PF analiz süreci.

Bir öğrenci fikrinin MÖF olarak nitelendirilip nitelendirilmediğini belirlemek, bu fikrin üç MÖF özelliğini bünyesinde barındırıp barındırmadığına dair sistematik bir analiz içerir. Şekil 2.6'da görülen MÖF Analitik Çerçevesi üç kriter ve ilişkili ölçütler aracılığıyla analiz akışını özetler. Bir öğrenci fikrinin analizinde bu akış şemasına uygun olarak yaklaşıldığında kaotik ve karmaşık olabilecek bu sürecin daha rahat ve düzenli bir şekilde tamamlandığı görülmüştür (Leatham vd., 2015). Bu yapı, deneyimli öğretmenlerin pedagojik karar alma süreçlerini anlamaya yönelik çalışmalar (örn., Schoenfeld, 2011) temelinde, daha az deneyimli öğretmenlerin "öğretim ikilemlerini" çözümlemelerine rehberlik edecek şekilde geliştirilmiştir (Leinhardt ve Steele, 2005; Ball, 1993). Özellikle MÖF yapısı, öğrenci matematiksel düşüncesinin doğasının neden belirli pedagojik yaklaşımları diğerlerine göre daha etkili kıldığını açıklayarak öğretmenlerin izleyeceği yöntemlere ilişkin karar verme süreçlerini desteklemektedir.

MÖF çerçevesi, dikkati öğrenci düşünme süreçlerine odaklayarak, hangi öğrenci katkılarının matematiksel anlamayı ilerletmek için verimli şekilde kullanılabileceğini belirlemede somut ölçütler sağlamaktadır. Bu yaklaşım, öğretmenin rolünü ihmal etmemekte, aksine Leinhardt ve Steele'in (2005) vurguladığı öğrenci-öğretmen etkileşim dinamiklerini daha sistematik analiz etmeyi amaçlamaktadır. Araştırmacıların belirttiği gibi, "belirli soru türleri ve öğretmen müdahaleleri, öğrencilerin nasıl düşündüğünü ve içeriği nasıl anlamlandırdığını kavramada diğerlerine göre daha verimli sonuçlar vermektedir" (Leinhardt ve Steele, 2005, s. 99).

MÖF çalışmasının temel motivasyonu, mevcut araştırmaların öğretmenlerin öğrenci düşüncesine verdikleri tepkilere odaklanırken, Schoenfeld'in (2011) de belirttiği gibi, öğretmenlerin sınıf içi karar alma süreçlerinde hangi düşüncelerin pedagojik açıdan daha verimli olduğuna ilişkin bilişsel mekanizmaları yeterince incelememiş olmasıdır. Bu bağlamda MÖF çerçevesi, öğretmenlerin öğrenci düşüncesindeki matematiksel olarak önemli unsurları tanımlayabilmeleri ve bu doğrultuda etkili öğretim stratejileri geliştirebilmeleri için kavramsal bir temel oluşturmaktadır.



Şekil 2.7: MÖF analiz süreci

2.3. CEBİR ÖĞRETİMİ

Cebir; yapı, bağıntı ve nicelik üzerine uğraşan bilinmeyen değerlerin, simge ve harfler kullanılarak kurulan denklemlerle bulunması (ya da bilinmeyenlerin arasındaki bağıntının kurulması) temeline dayanan bir matematik dalıdır (Yenilmez ve Avcu, 2009). İnsanlık tarihinin en eski ve en temel matematiksel disiplinlerinden biridir. Kökenleri MÖ 2000'lere kadar uzanan bu disiplin, ilk olarak Babil tabletlerinde ikinci derece denklem çözümleriyle karşımıza çıkmaktadır. Ancak Cebir'in gerçek anlamda sistemleştirilmesi, 9. yüzyılda Harezmi'nin "El-Kitabü'l-Muhtasar fi Hisabi'l-Cebr ve'l-Mukabele" eseriyle gerçekleşmiştir (Altun, 2018). Bu tarihsel gelişim sürecinde Cebir, yalnızca denklem çözme tekniklerinden ibaret olmayıp, matematiksel ilişkileri genelleme, modelleme ve yapısal analiz yapma becerilerini kapsayan bütüncül bir sisteme evrilmiştir. Cebir'in epistemolojik yapısı üç temel bileşenden oluşur: (1) sembolik dil ve gösterimler, (2) matematiksel yapılar ve ilişkiler, (3) modelleme ve problem çözme uygulamaları (Blanton vd., 2011). Aritmetiğin temelinde sayılar bulunurken, Cebir'in temeli değişken kavramına dayanır (Altun, 2018).

Matematik öğretiminde matematiksel kavramlar, bu kavramların yapısı ve anlamları üzerinden öğretme sürecini gerçekleştirmek oldukça önemliyken matematik öğretimindeki beş temel öğrenme alanından biri olan Cebir Öğretimi'nde bu öğretim türü yoğun olarak kullanılmaktadır (Köse, 2023). Öğrenciler, sayılarla aritmetiği ve şekillerle geometriyi öğrendikten sonra semboller ve harfler kullanarak Cebir'e adım atarlar (İspir ve Palabıyık, 2011). Cebirsel düşüncenin gelişiminde kritik aşamalar şunlardır: (a) somut işlemlerden soyut sembolik işlemlere geçiş, (b) özel durumlardan genellemelere ulaşma, (c) matematiksel ilişkileri harflerle ifade edebilme (Kaput, 1999).

Cebir, aritmetikten farklı olarak yalnızca bir ya da birkaç sayıyı değil, tüm sayıları ve sayı kümelerini düşünmeyi gerektirir. Bu durum Cebir'in, aritmetiğe oranla daha soyut bir alan olarak görülmesine neden olur. Bunun bir sonucu olarak, yapılan birçok çalışma öğrencilerin Cebir konusunda zorlandıklarını ortaya koymuştur (Filloy ve Rojana, 1989; Graham ve Thomas, 2000; Dede ve Argün, 2003, Ersoy ve Erbaş, 2003; Evirgen 2014). Öğrenci zorluklarının temel nedenleri: (1) sembolik gösterimlerin anlamsız algılanması, (2) işlemsel ve kavramsal bilgi dengesizliği, (3) bağlamdan kopuk soyutlama süreçleridir (Dede ve Argün, 2003). Bunun yanı sıra Cebir, öğrenciler tarafından sadece cebirsel ifadeleri sadeleştirmek, eşitlikleri çözmek, sembolleri kullanmak için kurallara hâkim olmak gibi algılandığından, birçok öğrenci Cebir'den hoşlanmaz (Kaput, 1999). Ancak Cebir bir okul dersi olmasının yanı sıra bir dildir, düşünme ve problem çözme aracıdır (Dede ve Argün, 2003). Matematiksel

düşünceyi geliştirme sürecinde, Cebir öğrenme alanı ve bu alanda yer alan sembollerin anlamları, bu sembollerle işlem yapma ve bunları problem çözme süreçlerine aktarma, kritik öneme sahip yetkinliklerdir (Akkaya ve Durmuş, 2006). Cebirsel mantık yürütme ve grafikler, tablolar ve geleneksel formüller gibi cebirsel temsiller, medeniyetimizin geliştirdiği en güçlü entelektüel araçlar arasında olmasına rağmen geleneksel okul cebirinde, öğrenciler yalnızca sembol dizileri üzerinde işlemler olarak bildikleri prosedürleri ezberler, hayatlarıyla anlam bağlantısı olmayan yapay problemleri çözer ve matematiksel kavramları anlama ve mantık yürütme yeteneklerine göre değil, doğru sembol dizisi cevaplarını üretme becerilerine göre değerlendirilirler (Kaput, 1999).

Etkili Cebir Öğretimi için gerekenler: (1) kavramsal anlayışa odaklanma, (2) disiplinler arası bağlantılar kurma, (3) teknoloji entegrasyonu (Boaler, 2015). Bu noktada Cebir'in potansiyelini tüm öğrencilere ulaştırmanın yolu öğrencilerin anlayarak öğrenmelerine olanak tanıyan sınıf ortamları yaratacak öğretim yöntemlerini bulmaktır. Cebir'e giriş niteliğindeki konularda yer alan temel kavramların etkili bir şekilde öğretilmesi, öğrencilerin bu alandaki kavram yanılgılarının tespit edilmesi ve bu yanılgıları ortadan kaldırmaya yönelik öğretim stratejilerinin uygulanması büyük önem taşımaktadır (Erbaş ve Ersoy, 2003). Bu bağlamda öğretmenlerin öğrencilerinin yapabileceği hataları, kavram yanılgılarını iyi analiz edebilmesi öğrencilerin Cebir'i daha iyi anlamasında kritik bir rol oynar (Kaş, 2010).

Öğretmenlerin öğrencilerin sahip olduğu ön bilgileri, hataları ve kavram yanılgılarını fark etmesi ve onların düşünme süreçlerine değer vermesi, uluslararası alanda uzun süredir benimsenen bir öğretmen becerisidir (NCTM, 2000). Ancak öğretmenlerin yeterli alan bilgisine sahip olmamaları ya da yeni eğitim yöntemlerine ayak uyduramamaları, Cebir Öğretimi'nde zorluklarla karşılaşmalarına neden olmaktadır (Baş ve diğerleri, 2011). Öğretmen eğitiminde odak noktaları: (1) pedagojik alan bilgisi, (2) öğrenci düşüncesini analiz etme, (3) kavram yanılgılarını giderme stratejileri olmalıdır (Baş, 2014). Cebir gibi öğrencilerin kavramakta güçlük çektiği alanlarda, öğretmenlerin öğrencilerin düşünme süreçlerini (farklı yaklaşımlar, yaşadıkları sorunlar, kavram yanılgıları gibi) anlamaları ve öğretim stratejilerini bu doğrultuda şekillendirmeleri ayrı bir önem taşımaktadır.

2.3.1. Türkiye'de Cebir Öğrenme Alanındaki Araştırmalara Genel Bakış

Türkiye'de Cebir öğrenme alanında yapılan araştırmalar, son yıllarda önemli bir artış göstermiştir. Kaya ve Keşan (2022) tarafından yapılan bibliyometrik bir çalışma, 2011 ile 2021 yılları arasında Türkiye'de Cebir öğrenme alanında tamamlanmış lisansüstü tezleri incelemiştir.

Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi veri tabanından erişilebilen 94 yüksek lisans ve 20 doktora tezi analiz edilmiştir. Çalışmanın bulguları, tezlerin en yoğun olarak 2019 yılında yayınlandığını, en düşük sayının ise 2014'te olduğunu göstermektedir. Araştırmacıların çoğunluğunun kadın olduğu belirlenirken, tezlerin en çok Atatürk, Gazi ve Anadolu üniversitelerinde yapıldığı tespit edilmiştir. İncelenen tezlerin büyük bir bölümünün bir yöntemin, modelin, yaklaşımın, uygulamanın veya yazılım etkinliğinin sınanmasını amaçladığı ve veri toplama aracı olarak en sık başarı testlerinin kullanıldığı görülmüştür. Cebirsel ifadeler alt öğrenme alanının en çok araştırılan konu olduğu ve nicel araştırma yaklaşımlarının daha fazla tercih edildiği ortaya çıkmıştır. Çalışmalarda çoğunlukla ortaokul öğrencilerinin örneklem olarak seçildiği ve amaçsal örnekleme yönteminin kullanıldığı belirlenmiştir. Bu bibliyometrik analiz, Türkiye'deki Cebir öğrenme araştırmalarının genel eğilimlerini ve odak noktalarını ortaya koymaktadır. Belirli üniversitelerde ve konular üzerinde yoğunlaşma, bu alanlarda yerleşik uzmanlık veya algılanan önemi işaret edebilir. Aynı zamanda, ölçek geliştirme veya bilişsel talepler gibi diğer Cebir alt konularında daha az çalışma yapılması, bu alanlara daha fazla dikkat çekilmesi gerektiğini düşündürmektedir. Nicel yöntemlere ve başarı testlerine verilen ağırlık, başarı sonuçlarını ölçmeye yönelik baskın bir yaklaşımı yansıtmaktadır. Ancak, öğrenci deneyimlerini, tutumlarını veya cebirsel kavramların derinlemesine anlaşılmasını araştıran nitel çalışmaların sınırlı olması, bu konularda daha nüanslı bir anlayışa duyulan ihtiyacı gündeme getirmektedir.

Çağdaşer (2008), Cebir öğrenme alanının yapılandırmacı yaklaşımla öğretiminin 6. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeyleri üzerindeki etkisini belirlemeyi amaçlamıştır. Bursa'da 55 altıncı sınıf öğrencisiyle gerçekleştirilen çalışmada, yapılandırmacı yaklaşımın öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerini anlamlı düzeyde artırdığı sonucuna ulaşılmıştır. Yüksek başarı düzeyine sahip öğrencilerin daha fazla gelişme gösterdiği, cinsiyetin ise anlamlı bir farklılık yaratmadığı belirlenmiştir. Bu çalışma, yapılandırmacı öğretim yöntemlerinin cebirsel düşünmeyi geliştirmede olumlu bir rol oynayabileceğini desteklemektedir.

Yenilmez ve Avcu (2009), ilköğretim altıncı sınıf öğrencilerinin Cebir öğrenme alanındaki başarı düzeylerini belirlemeyi amaçlayan nitel bir araştırma gerçekleştirmişlerdir. Eskişehir merkezinde bir ilköğretim okulunda öğrenim gören 6 öğrenciyle yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Araştırmanın sonuçları, öğrencilerin eşitliğin gösterimi ve korunumu sorularında problem yaşamadığını ancak denklem kurma ve kurulan denklemi çözme problemlerinde zorluk çektiklerini göstermiştir. Bu erken dönem çalışması, Cebir eğitiminde kalıcı bir zorluğu vurgulamaktadır: eşitlik kavramını anlamaktan denklem çözme becerisine

geçiş. Denklem kurmadaki zorluk, gerçek dünya problemlerini cebirsel olarak ifade etmede bir eksikliği işaret ederken, denklem çözmedeki zorluk ise işlemsel becerilerin kavramsal anlayışla yeterince desteklenmediğini düşündürmektedir.

Yıldırım ve Şimşek (2011), 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin eşitlik ve denklem konusundaki kavram yanılgılarını incelemişlerdir. [1] İki farklı ortaokuldan 154 öğrencinin katıldığı bu durum çalışmasında, öğrencilere 10 soruluk bir bilgi testi uygulanmıştır. Araştırmanın sonucunda, öğrencilerin eşitlik ve denklem konularında on temel kavram yanılgısına sahip oldukları belirlenmiştir. 7. sınıf öğrencilerinin 8. sınıf öğrencilerine göre daha fazla kavram yanılgısı gösterdiği ve en yaygın yanılgının "değişkenlerin her zaman birbirinden farklı olduğu" inanışı olduğu tespit edilmiştir. Bu bulgular, öğrencilerin temel cebirsel kavramları anlamada karşılaştıkları zorlukları ve bu yanılgıların öğretim sürecinde dikkate alınmasının önemini vurgulamaktadır.

Türksever (2019), 6. sınıfta yer alan Cebir öğrenme alanına ait kazanımların öğretiminde model kullanımının öğrencilerin başarılarına ve öğrenmelerinin kalıcılığına etkisini araştırmıştır. Aydın'ın Söke ilçesinde 45 altıncı sınıf öğrencisiyle yarı deneysel bir çalışma yapılmıştır. Deney grubunda derslerde modeller kullanılırken, kontrol grubunda geleneksel yöntem uygulanmıştır. Araştırma sonucunda, model kullanımının altıncı sınıf Cebir öğrenme alanının kavramsal ve işlemsel içerik hedeflerinin öğretiminde öğrencilerin başarıları ve öğrenme kalıcılıkları üzerinde istatistiksel olarak anlamlı bir fark yaratmadığı bulunmuştur. Bu sonuç, model kullanımının her zaman etkili olmayabileceğini ve uygulamanın şekli, kullanılan modellerin niteliği gibi faktörlerin önemini düşündürmektedir.

Bağcı ve Okur (2021), ortaokul matematik ders kitaplarının Cebir öğrenme alanında yer alan matematiksel süreç standartlarını (problem çözme, problem kurma, muhakeme-ispat, iletişim, ilişkilendirme ve temsil) incelemişlerdir. Araştırmada, Milli Eğitim Bakanlığı tarafından Hatay ili için önerilen ders kitaplarında yer alan toplam 396 faaliyet doküman incelemesi yöntemiyle analiz edilmiştir. Çalışmanın bulguları, incelenen ders materyallerinde matematiksel süreç standartlarının dağılımında önemli dengesizlikler olduğunu ortaya koymuştur. Elde edilen veriler, iletişim sürecinin en sık karşılaşılan standart olduğunu, buna karşılık problem kurma sürecinin en az rastlanan standart olduğunu göstermiştir. Araştırma sonuçları, 7. sınıf materyallerinin matematiksel süreç standartları açısından diğer sınıf seviyelerine göre daha kapsamlı olduğunu, ancak genel olarak problem çözme, problem kurma, muhakeme-ispat ve temsil standartlarının yetersiz düzeyde yer aldığını ortaya koymuştur. Bu çalışma, Türkiye'deki ortaokul matematik ders kitaplarında farklı matematiksel süreçlere

verilen önemde var olan dengesizlikleri sistematik bir şekilde belgelemektedir. Özellikle problem kurma, muhakeme ve temsil standartlarının yetersizliği, öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerini geliştirme ve derinlemesine kavramsal anlayış oluşturma süreçlerini olumsuz etkileyebilecek önemli bir eksiklik olarak değerlendirilmiştir. Ders kitaplarının sınıf içi öğretim uygulamalarını şekillendirmedeki merkezi rolü göz önüne alındığında, bu eksikliklerin öğrencilerin matematiksel becerilerinin gelişimini sınırlandırma potansiyeli bulunmaktadır.

İlhan, Poçan, Tutak ve Kırmızıgül (2022), ortaokul öğrencilerinin Cebir öğrenme alanına yönelik metaforlarını ve görüşlerini inceleyen nitel bir çalışma yapmışlardır. Türkiye'nin Doğu Anadolu Bölgesi'ndeki bir ortaokulda öğrenim gören 132 sekizinci sınıf öğrencisiyle anket yöntemiyle veri toplanmış ve içerik analiziyle değerlendirilmiştir. Öğrencilerin Cebir öğrenme alanına yönelik oluşturdukları metaforların çoğunlukla terazi, harfler topluluğu, apartman, teknolojik cihaz ve tahterevalli başlıkları altında toplandığı görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin Cebir öğrenme alanına yönelik hem olumlu (mutluluk, huzur, ilgi, merak) hem de olumsuz (korku, heyecan, stres, kararsızlık, önyargı) duygular ifade ettikleri belirlenmiştir. Öğrencilerin kullandığı metaforlar, onların cebirsel kavramları nasıl algıladıklarına dair önemli ipuçları sunmaktadır. Hem olumlu hem de olumsuz duyguların varlığı, öğrencilerin Cebir'e karşı farklı tutumlar sergilediklerini ve öğretim yaklaşımlarının bu duyguları dikkate alması gerektiğini göstermektedir.

Yağız ve Tapan-Broutin (2023), yedinci sınıf öğrencilerinin Cebir konusundaki çoklu temsiller (sözel ifade, cebirsel ifade, tablo ile gösterme ve grafik ile gösterme) arasındaki geçiş süreçlerini incelemişlerdir. Araştırmada kolay ulaşılabilir örnekleme yöntemiyle seçilen 20 yedinci sınıf öğrencisi üzerinde nitel bir durum çalışması gerçekleştirilmiştir. Çalışmada kullanılan "Çoklu Temsilleri Dönüştürme Testi" aracılığıyla toplanan veriler, öğrencilerin farklı temsil türleri arasındaki geçiş becerilerine ilişkin önemli bulgular ortaya koymuştur. Araştırma sonuçları, öğrencilerin en başarılı performansı tablo oluşturma ve yorumlama becerilerinde gösterdiklerini ortaya çıkarmıştır. Bu durumun, ilkokuldan itibaren matematik eğitiminde tablo kullanımına sıkça yer verilmesinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Buna karşılık, öğrencilerin grafik oluşturma ve yorumlama becerilerinde önemli zorluklar yaşadıkları tespit edilmiştir. Bu bulgu, matematiksel ilişkilerin görselleştirilmesi ve yorumlanmasına yönelik becerilerin yeterince gelişmemiş olduğunu göstermektedir. Öğrencilerin sözel ifadeler ile cebirsel temsiller arasındaki geçişlerde ise orta düzeyde bir başarı sergiledikleri gözlemlenmiştir. Çalışmanın bulguları, matematik eğitimi açısından önemli çıkarımlar sunmaktadır. Öncelikle, grafik okuryazarlığının geliştirilmesi için özel öğretim stratejilerine

ihtiyaç olduğu anlaşılmaktadır. İkinci olarak, farklı temsil türleri arasındaki geçişlerin açık bir şekilde öğretilmesinin öğrenme sürecini olumlu yönde etkileyeceği değerlendirilmektedir. Son olarak, çoklu temsil becerilerinin ilkokuldan başlayarak sistematik bir şekilde kazandırılmasının, öğrencilerin matematiksel anlayışlarını derinleştireceği öngörülmektedir. Bu bulgular ışığında, matematik öğretim programlarında ve ders materyallerinde gerekli düzenlemelerin yapılması önerilmektedir.

Şahin ve Soylu (2019) tarafından gerçekleştirilen çalışmada, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının Cebir ile ilgili öğretimsel strateji bilgi gelişimleri incelenmiştir. Araştırma, öğretmen adaylarının lisans eğitimleri süresince Cebir Öğretimi'nde kullandıkları stratejilerin ne yönde değiştiğini ve geliştiğini anlamayı amaçlamaktadır. Açıklayıcı-doğrulayıcı karma araştırma desenine sahip bu çalışmaya, bir devlet üniversitesinin eğitim fakültesinde öğrenim gören 176 öğretmen adayı katılmıştır. Veriler, öğretimsel strateji bilgi testi, gözlem ve yarı yapılandırılmış mülakatlar aracılığıyla toplanmıştır. Bulgular, öğretmen adaylarının öğretimsel strateji bilgilerinin sınıf düzeyleriyle birlikte geliştiğini ancak bu gelişimin sınırlı kaldığını ortaya koymuştur. Araştırmacılar, öğretmen adaylarının Cebir Öğretimi konusunda daha yapılandırılmış ve uygulamaya dönük öğrenme fırsatlarına ihtiyaç duyduklarını vurgulamıştır.

Çalışkan ve Hacısalihoğlu Karadeniz (2025) tarafından yürütülen nitel bir durum çalışmasında, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının Cebir bağlamında bilgi işlemsel düşünme becerileri araştırılmıştır. Çalışma, Doğu Karadeniz bölgesinde yer alan bir devlet üniversitesinde öğrenim gören 28 üçüncü sınıf öğretmen adayı ile gerçekleştirilmiştir. Veriler, Bilgi İşlemsel Düşünme Değerlendirme Rubriği ve yazılı çözümler üzerinden toplanmıştır. Bulgular, öğretmen adaylarının özellikle soyutlama becerilerinde yüksek performans sergilediklerini; ancak akıl yürütme, örüntü tanıma ve veri düzenleme gibi bileşenlerde çeşitli zorluklar yaşadıklarını ortaya koymuştur. Bu sonuç, cebirsel düşünmenin sadece işlem yetkinliği değil, aynı zamanda üst düzey bilişsel becerilerle ilişkilendirilmesi gerektiğini göstermektedir.

Öztürk-Tavşan ve İşler-Baykal (2024) tarafından yürütülen uluslararası nitelikteki bir çalışmada, ilköğretim öğretmen adaylarının erken Cebir Öğretimi konusundaki bilgi gelişimleri vaka tartışmaları yoluyla incelenmiştir. Çalışmanın amacı, öğretmen adaylarının öğrencilerin erken cebirsel düşüncelerine nasıl tepki verdiklerini ve bu düşünceleri nasıl yapılandırdıklarını anlamaktır. Araştırma kapsamında, vaka temelli tartışmalar kullanılmış ve öğretmen adaylarının öğrenci düşüncesini analiz etmeye yönelik yaklaşımları gözlemlenmiştir. Bulgular,

bu tartışmaların öğretmen adaylarının pedagojik içerik bilgilerini geliştirdiğini ve öğrenci merkezli yaklaşımlara karşı duyarlılıklarını artırdığını göstermiştir. Çalışma, vaka temelli öğretimin öğretmen adaylarının pedagojik fark etme becerilerini geliştirmede etkili bir yöntem olduğunu vurgulamaktadır.

2.3.2. Uluslararası Cebir Öğrenme Alanındaki Araştırmalara Genel Bakış

Rodríguez-Muñiz ve arkadaşları (2023) tarafından gerçekleştirilen bir kapsamlı bibliyometrik analiz çalışması, son yirmi yılda Cebir eğitimi alanında yapılan araştırmaların gelişimini ve mevcut durumunu ortaya koymayı amaçlamıştır. 2003-2022 yılları arasında yayınlanan 1825 akademik çalışmanın incelenmesiyle elde edilen bulgular, alandaki yayın sayısında önemli bir artış olduğunu göstermektedir. Özellikle 2017-2022 döneminde, tüm yayınların %53'ünden fazlasının üretildiği tespit edilmiştir. Bu artış, Cebir eğitimi araştırmalarının giderek daha fazla önem kazandığının bir göstergesi olarak değerlendirilebilir.

Coğrafi dağılım analizleri, ABD'nin %35.7'lik payla en fazla yayın üreten ülke olduğunu ortaya koyarken, Türkiye %4.5'lik katkıyla ikinci sırada yer almıştır. Ancak ülkeler arası işbirliklerinin oldukça sınırlı düzeyde kaldığı (%15.3) ve çoğu çalışmanın tek ülke odaklı gerçekleştirildiği belirlenmiştir. Bu durum, Cebir eğitimi araştırmalarında daha fazla uluslararası işbirliğine ihtiyaç olduğunu göstermektedir. Çalışmada ayrıca, en çok atıf alan yayınların International Journal of Mathematical Education in Science and Technology (IJMEST) ve Journal of Mathematical Behavior (JMB) gibi dergilerde yayınlandığı tespit edilmiştir.

Anahtar kelime analizleri, Cebir eğitimi araştırmalarının beş tematik odakta toplandığını göstermiştir: okul cebri öğretimi, üniversite düzeyinde Cebir, duyuşsal öğrenci özellikleri, öğretmen mesleki gelişimi ve müfredat tasarımı. Tematik gelişmişlik düzeyi açısından ise "Kavramsal Anlama"nın en olgun tema olduğu, buna karşılık "Soyut Cebir" ve "Gerçekçi Matematik Eğitimi" temalarının nispeten az gelişmiş kaldığı belirlenmiştir. Bu bulgular, gelecekteki araştırmalar için önemli yönlendirmeler sağlamaktadır.

Çalışmanın dikkat çeken diğer bulguları arasında, erken Cebir kavramlarının sürekli önemini koruduğu ve Cebir eğitiminde cinsiyet üzerine yapılan araştırmaların giderek arttığı gözlemlenmiştir. ABD'nin Cebir eğitimi araştırmalarındaki baskın konumu, mevcut literatürde potansiyel bir önyargı riskine işaret ederken, uluslararası işbirliklerinin düşük düzeyde kalması, daha fazla kültürlerarası araştırma ihtiyacını ortaya koymaktadır. Soyut Cebir ve Gerçekçi

Matematik Eğitimi gibi az gelişmiş temaların belirlenmesi ise hem uluslararası hem de Türkiye bağlamında gelecekteki araştırmalar için önemli fırsat alanları sunmaktadır.

Dwyer ve Kelly (2015) tarafından gerçekleştirilen çalışma ise ABD'de sekizinci sınıf düzeyinde uygulanan Cebir hızlandırma programlarının matematiksel sonuçlarını incelemeyi amaçlamaktadır. Araştırma, Cebir Öğretimi'nin müfredatta erken konumlandırılmasının uzun vadeli akademik etkilerini ve optimal uygulama zamanlamasını sorgulamaktadır. Çalışma bulguları, Cebir hızlandırmanın öğrencilerin ileri matematik derslerine katılım oranlarını artırmakla birlikte, genel matematik başarısında anlamlı bir iyileşme sağlamadığını ortaya koymaktadır. Bu sonuçlar, erken Cebir Öğretimi'nin yalnızca zamanlama değil, aynı zamanda öğretim yaklaşımları ve müfredat tasarımı gibi diğer kritik faktörlerle birlikte değerlendirilmesi gerektiğine işaret etmektedir. Çalışma, matematik eğitiminde hızlandırma politikalarının etkililiği konusunda önemli pedagojik tartışmalara yol açmaktadır.

Ding ve arkadaşları (2023) Şanghay'daki ilkokul öğrencilerinin erken cebirsel düşünme becerilerinin gelişimsel aşamalarını sistematik olarak incelemeyi amaçlamıştır. Araştırmada, öğrencilerin cebirsel düşünme gelişimini dört temel düzeyde kavramsallaştıran bir model önerilmiştir: aritmetik düşünme, somut cebirsel düşünme, genelleştirilmiş cebirsel düşünme ve sembolik cebirsel düşünme. Bu model, öğrencilerin cebirsel kavrayışlarının basitten karmaşığa doğru nasıl ilerlediğini ortaya koyarak, erken Cebir Öğretimi'nde kademeli bir yaklaşımın önemini vurgulamaktadır. Çalışma bulguları, bu gelişimsel çerçevenin özellikle ilkokul düzeyindeki Cebir müfredatının tasarlanmasında ve öğretim stratejilerinin geliştirilmesinde yol gösterici olabileceğini göstermektedir. Araştırma, erken Cebir eğitiminde öğrencilerin bilişsel gelişim düzeylerine uygun pedagojik müdahalelerin tasarlanmasına önemli katkılar sunmaktadır.

Kilhamn ve Säljö (2022) tarafından yürütülen bu nitel araştırma, İsveç'teki altıncı sınıf matematik öğretmenlerinin başlangıç düzeyi Cebir Öğretimi'nde kullandıkları söylemleri ve bunların öğrencilerin cebirsel kavramları nesneleştirme süreçlerine etkilerini incelemektedir. Çalışma, süreçten nesneye geçiş teorik çerçevesi ışığında, öğretmenlerin cebirsel ifadeleri ve denklemleri tanıtma biçimlerini detaylı olarak analiz etmiştir. Sınıf gözlemleri ve öğretmen görüşmelerinden elde edilen veriler, öğretmenlerin üç temel söylem modeli kullandığını ortaya çıkarmıştır: prosedürel, yapısal ve bağlamsal yaklaşımlar. Bu yaklaşımların öğrencilerin cebirsel kavramları anlamlandırma biçimlerini farklı şekillerde etkilediği tespit edilmiştir. Araştırma, özellikle yapısal yaklaşımın öğrencilerin kavramsal anlayış geliştirmesinde daha

etkili olduğunu, prosedürel yaklaşımın ise öğrencilerin Cebir'i yalnızca kurallar dizisi olarak görmelerine yol açabileceğini göstermektedir.

Strand ve Mills (2021) tarafından gerçekleştirilen sistematik literatür incelemesi, erken Cebir Öğretimi'nde öğretmenlerin sahip olması gereken matematiksel bilgi türlerini ve yeterlilikleri kapsamlı bir şekilde analiz etmeyi amaçlamıştır. 1998-2012 yılları arasında yayınlanan çalışmaları inceleyen araştırma, ilköğretim öğretmenlerinin Cebir Öğretimi'ndeki rollerini ve karşılaştıkları zorlukları ortaya koymaktadır. Çalışma bulguları, öğretmenlerin temel prosedürel becerilere sahip olduklarını, ancak cebirsel sembollerin anlamlandırılması ve cebirsel problemlerin çözümü gibi kavramsal anlayış gerektiren alanlarda yetersiz kaldıklarını göstermektedir. Bu durum, öğretmen eğitimi programlarında cebirsel düşünmeye yönelik pedagojik içerik bilgisinin güçlendirilmesi gerekliliğine işaret etmektedir. Araştırma, erken Cebir Öğretimi'nin etkililiğini artırmak için öğretmenlerin hem matematiksel hem de pedagojik bilgi düzeylerinin geliştirilmesi gerektiği sonucuna varmaktadır.

Türkiye ve uluslararası alanda yürütülen Cebir öğrenme araştırmaları, alanın çok boyutlu yapısını ve pedagojik zorluklarını ortaya koymaktadır. Kaya ve Keşan'ın (2022) bibliyometrik analizi, Türkiye'de Cebir araştırmalarının nicel ağırlıklı olarak 2011-2021 döneminde özellikle Atatürk, Gazi ve Anadolu üniversitelerinde yoğunlaştığını göstermektedir. Bu çalışmaların büyük kısmının ortaokul öğrencilerine odaklandığı ve cebirsel ifadeler alt öğrenme alanında yoğunlaştığı görülmektedir. Ancak, Bağcı ve Okur'un (2021) ders kitabı analizleri, müfredatta problem kurma ve muhakeme gibi üst düzey becerilerin yetersiz kaldığını ortaya koyarak önemli bir eksikliğe işaret etmektedir. Öğrenci performansına ilişkin çalışmalar (Yenilmez ve Avcu, 2009; Yıldırım ve Şimşek, 2011), öğrencilerin denklem kurma ve çözmede zorlandıklarını ve temel kavram yanılgılarına sahip olduklarını belgelemiştir. Öğretmen ve öğretmen adaylarına yönelik araştırmalar (Şahin ve Soylu, 2019; Çalışkan ve Hacısalihoğlu Karadeniz, 2025) ise pedagojik içerik bilgisi ve üst düzey düşünme becerilerinde gelişim alanları olduğunu ortaya koymaktadır.

Uluslararası literatürde ise Rodríguez-Muñiz ve arkadaşlarının (2023) bibliyometrik analizi, Cebir araştırmalarında ABD'nin baskın konumunu ve tematik olarak kavramsal anlama ile öğretmen eğitiminin öne çıktığını göstermektedir. Ding ve arkadaşları (2023) ile Kilhamn ve Säljö'nün (2022) çalışmaları, erken Cebir Öğretimi'nde gelişimsel aşamaların ve öğretmen söylemlerinin kritik rolünü vurgulamaktadır. Strand ve Mills (2021) ise öğretmenlerin kavramsal anlayış eksikliklerini sistematik olarak belgelemiştir. Dwyer ve Kelly (2015) tarafından yapılan çalışma, erken Cebir uygulamalarının katılımı artırmakla birlikte başarıyı

otomatik olarak iyileştirmediğini ortaya koyarak müfredat tasarımının önemini hatırlatmaktadır.

Bu bulgular ışığında, Cebir Öğretimi'nde şu alanlara odaklanılması gerektiği söylenebilir: (1) Kavramsal anlamayı destekleyen öğretim yaklaşımlarının geliştirilmesi, (2) Öğretmenlerin pedagojik içerik bilgisinin güçlendirilmesi, (3) Çoklu temsil ve üst düzey düşünme becerilerinin entegrasyonu, (4) Kültürlerarası karşılaştırmalı çalışmaların artırılması, (5) Müfredatta kavramsal derinlik ile işlemsel beceriler arasında denge sağlanması. Bu çerçeve, hem Türkiye'de hem de uluslararası alanda Cebir eğitiminin niteliğini artırmaya yönelik gelecek araştırmalar için yol gösterici olabilir.

3. YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın yöntemi, araştırmanın tasarımı, çalışma grubu, verileri toplama araçları ve verilerin çözümlenmesi başlıklarına yer verilmiştir.

3.1. ARAŞTIRMANIN YÖNTEMİ

Bu araştırma, öğretmenlerin Cebir Öğretimi'nde matematiksel olarak önemli pedagojik fırsatları (MÖF) fark etme becerilerini derinlemesine incelemeyi amaçladığından, nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması deseni tercih edilmiştir. Nitel araştırma, kuram oluşturmaya dayalı bir anlayışla sosyal olguların bulundukları ortam içerisinde çalışılmasına ve anlaşılmasına öncelik veren bir yöntemdir (Yıldırım, 2010). Nitel araştırma, toplumsal yaşamın akışındaki olgulara odaklanmakta ve modern toplumsal yaşamın çok önemli bir boyutu olan bu olguları herhangi bir dönüşüme uğramadan incelemeye çalışmaktadır (Maxwell, 2008). İnsana dair olgu ve olayları kendi bağlamından ayırmadan derinlemesine anlamaya olanak tanıyan bu araştırma, etnometodoloji (kültür analizleri), fenomenoloji (olgubilim) ve durum çalışmaları, kuram oluşturma ve eylem araştırmaları gibi çeşitli yöntemleri içerir (Bogdan ve Biklen, 1997). Bu yöntemlerden biri olan durum çalışması, araştırmacının çeşitli kaynaklardan gözlem, mülakat, görsel-işitsel materyaller veya dokümanlar aracılığıyla derinlemesine bilgi toplayarak zengin veriler elde ettiği, bir veya daha fazla olayı bir zaman aralığında detaylı bir şekilde araştırdığı bir yöntemdir (Creswell, 1998).

Bu çalışmada kullanılan senaryolar ve yarı yapılandırılmış görüşmeler gibi veri kaynakları, araştırmanın teorik çerçevesi olan MÖF'lerin pratikte nasıl ortaya çıktığını test etmeyi mümkün kılmıştır. Ayrıca, öğretmenlerin sınıf içi etkileşimleri nasıl yorumladıklarını ortaya koyabilmek için bağlama duyarlı bir çözümleme ihtiyacı doğmuştur. Öğrencilerin matematiksel ifadelerine verilen tepkiler yalnızca "ne söylendiği" üzerinden değil, aynı zamanda "nasıl düşünüldüğü" bağlamında ele alınmıştır. Bu nedenle, öğretmenlerin deneyimlerini derinlemesine ve bütüncül biçimde incelemeye olanak tanıyan durum çalışması deseni, araştırmanın amaç ve kapsamıyla yüksek düzeyde örtüşmektedir. Bu desen, pedagojik etkileşimlerin bağlamı içinde anlamlandırılmasına olanak sağlayarak, öğretmenlerin fark etme becerilerini çok boyutlu biçimde analiz etmeyi mümkün kılmıştır.

3.2. ÇALIŞMA GRUBU

Bu çalışma, Türkiye'nin farklı bölgelerinde ikamet eden ve eğitim alanında çeşitli deneyimlere sahip 12 katılımcı (8 öğretmen ve 4 öğretmen adayı) ile gerçekleştirilmiştir. Çalışma grubunun belirlenmesinde, nitel araştırmalarda örnekleme yöntemlerinden biri olan amaçlı örnekleme tekniklerinden ölçüt örnekleme kullanılmıştır. Ölçüt örnekleme, araştırma sorusuna uygun, önceden belirlenen nitelikleri karşılayan bireylerin seçilmesini sağlayan bir yöntemdir (Yıldırım ve Şimşek, 2006). Bu kapsamda, katılımcıların mezuniyet durumu, cinsiyet ve mesleki deneyim gibi demografik özellikleri dikkate alınmıştır. Bu dağılım, çalışmanın amacı doğrultusunda farklı deneyim seviyelerine ve akademik geçmişlere sahip bireylerin görüşlerini yansıtacak şekilde dengeli bir örneklem oluşturulmasını sağlamıştır. Katılımcıların özellikleri Tablo 3.1'de verilmiştir.

Tablo 3.1: Katılımcıların demografik özellikleri.

Değişkenler		**f**	**Kod**
Mezuniyet durumu	İlköğretim Matematik Öğretmenliği Son Sınıf Öğrencisi	2	ÖA1, ÖA2
	Matematik Bölümü Son Sınıf Öğrencisi	2	ÖA3, ÖA4
	İlköğretim Matematik Öğretmenliği Mezunu	4	OÖ1, OÖ2, OÖ3, OÖ4
	Matematik Bölümü Mezunu	4	LÖ1, LÖ2, LÖ3, LÖ4
Cinsiyet	Kadın	6	ÖA1, ÖA3, OÖ1, OÖ3, LÖ1, LÖ3
	Erkek	6	ÖA2, ÖA4, OÖ2, OÖ4, LÖ2, LÖ4
Deneyim	Öğretmen Adayı	4	ÖA1, ÖA2, ÖA3, ÖA4
	1-5 yıl tecrübeli	4	OÖ1, OÖ2, LÖ1, LÖ2
	6-10 yıl tecrübeli	4	OÖ3, OÖ4, LÖ3, LÖ4

3.3. ARAŞTIRMACININ ROLÜ

Bu araştırmada, araştırmacı veri toplama, analiz ve yorumlama süreçlerinde aktif bir rol üstlenmiştir. Nitel araştırmaların doğası gereği, araştırmacının sürece olan etkisi göz önünde bulundurulmuş ve verilerin nesnel bir şekilde analiz edilmesi için gerekli önlemler alınmıştır. Araştırmacı, görüşme formunu ve senaryoları literatür taraması doğrultusunda oluşturmuş ve 3 alan uzmanından görüşleri alınmıştır. Uzman geri bildirimleri doğrultusunda hem anlatım bütünlüğünü sağlamak hem de matematiksel doğruluğu garanti altına almak için çeşitli düzeltmeler yapılmıştır.

Örneğin, Senaryo 2'de yer alan öğrenci ifadesi orijinal halinde "sol tarafta x'in yok olmasına neden olmuş" şeklinde iken, denklemin matematiksel yapısı dikkate alınarak bu ifade

"sağ tarafta x'in yok olmasına neden olmuş" olarak düzeltilmiştir. Benzer şekilde, diğer senaryolarda da matematiksel içerik ve dil bilgisi ile ilgili buna benzer küçük hatalar tespit edilmiş ve uzman görüşleri doğrultusunda gerekli revizyonlar yapılarak son hali verilmiştir. Görüşmeler, çevrim içi ortamda Zoom uygulaması aracılığıyla yürütülmüştür. Süreç boyunca araştırmacı görüşmeleri yönetmiş; ancak katılımcıların serbest ifadelerini desteklemek amacıyla yönlendirici bir tutum sergilemekten kaçınılmıştır. Verilerin kodlanması ve temalara ayrılması sürecinde betimsel analiz yöntemi kullanmıştır. Kodlamanın güvenilirliğini artırmak için zaman aralıklı kontrol yöntemi uygulanmış, dört hafta geçtikten sonra veriler ikinci kez analiz edilerek önceki kodlamalarla karşılaştırılmıştır. Bu yöntem, kodlama sürecinde tutarlılığı sağlamaya ve araştırmacının ilk yorumlarının doğruluğunu test etmeye yardımcı olmuştur (Lincoln ve Guba, 1985). Verilerin yorumlanma sürecinde yanlılığı minimize etmek için ilk analiz tamamlandıktan sonra belirli bir süre beklenerek ikinci bir inceleme gerçekleştirilmiş, böylece verilerin farklı bir bakış açısıyla değerlendirilmesi sağlanmıştır. Miles ve Huberman (1994) modelinde önerilen içsel tutarlılık formülü ($\Delta = C \div (C + \partial) \times 100$) kullanılarak yapılan hesaplamalar sonucunda, zaman aralıklı iki kodlama arasındaki uyum 97,2 olarak belirlenmiştir. Bu değer, literatürde kabul gören %80'lik eşiği (Miles ve Huberman, 1994; Patton, 2002) önemli ölçüde aşarak, kodlama sürecinin yüksek düzeyde güvenilir olduğunu göstermektedir.

Araştırmacı, öğretim süreçleri ve matematik eğitimi konularındaki deneyimi sayesinde, katılımcıların verdiği yanıtlara derinlemesine bir bakış açısıyla yaklaşmış, ancak bilimsel nesnelliği koruyarak katılımcı görüşlerini herhangi bir önyargıya yer vermeden analiz etmeye özen göstermiştir.

3.4. VERİ TOPLANMASI

Bu bölümde veri toplama araçları ve veri toplama sürecine ilişkin bilgilere yer verilmiştir.

3.4.1. Veri Toplama Araçları

Bu çalışmanın verileri, senaryo ve görüşme formu kullanılarak toplanmıştır. Katılımcılarla iki oturumlu Zoom uygulaması üzerinden gerçekleşecek görüşmeler planlanmıştır. İlk oturumda görüşme formu üzerinden bir görüşme gerçekleştirilmiştir. İkinci oturumda ise senaryolar okunup katılımcılar tarafından yorumlanmıştır.

3.4.1.1. Görüşme Formu

Görüşme, araştırmaya katılan katılımcıların araştırılan konu veya durum hakkında bakış açılarını, deneyimlerini, duygularını, algılarını öğrenebilmek için kullanılan güçlü bir yöntemdir (Karataş, 2017). Bu çalışmada araştırmacı tarafından oluşturulan, katılımcıları tanımaya, Matematik Öğretimi alanındaki yaklaşımlarını anlamaya yönelik sorulardan oluşan bir görüşme formu kullanılmıştır. Görüşme formu, katılımcıların pedagojik karar verme süreçlerini incelemek amacıyla hazırlanan senaryo temelli soruları da içermektedir. Bu senaryolar, öğretmenlerin öğrenci düşüncesini fark etme ve pedagojik müdahale becerilerini değerlendirmeye yönelik özel olarak tasarlanmış durumlardan oluşmaktadır. Görüşme esnasında, görüşmenin seyrine göre yeni sorular eklenmiş, bazı sorularda değişiklik yapılmış olduğundan yarı yapılandırılmış görüşme tekniği kullanılmıştır. Görüşme formu ve senaryo temelli sorular ayrıntılı şekilde Ek 1'de sunulmuştur.

3.4.1.2. Senaryolar

Yapılan çalışmalarda kullanılan veri toplama araçlarından biri de senaryo tipi mülakat sorularıdır (Ball, 1990). Senaryo kullanımı, katılımcının, işlenen matematiksel kavrama ilişkin alan bilgisine, ilgili konuya dair öğretim yaklaşımına, dolaylı olarak da inançlarına bütüncül olarak bakılmasını sağlamaktadır (Bütün, 2011).

Günümüzde, Matematik öğretim programlarında Cebir alanında edinilecek hedefler düzey olarak artış göstermesine rağmen öğrencilerin büyük bir çoğunluğunda Cebir bilgi ve becerileri yeterli düzeyde değildir (Erbaş ve Ersoy, 2003). Yapılan literatür araştırmalarında matematiksel açıdan önemli pedagojik fırsatları tespit etme ve fark etme becerisi kavramlarıyla Cebir alanını birlikte inceleyen bir araştırmaya rastlanmadığından, literatüre katkı sağlamak amacıyla senaryolarda Cebir Öğretimi ele alınmıştır. Bu bağlamda araştırma kapsamında kullanılan senaryolar, araştırmacı tarafından sıfırdan ve özgün olarak geliştirilmiştir. Senaryoların oluşturulma sürecinde, cebir öğretimi, matematiksel pedagojik fırsatları belirleme ve öğretmenlerin fark etme becerileri alanlarında yapılan kapsamlı bir literatür taraması temel alınmıştır (Leatham, Peterson, Stockero, ve Van Zoest, 2015; Jacob ve ark., 2010; Akkaya ve Durmuş, 2006; Yıldırım ve Şimşek, 2011; Ersoy ve Erbaş, 2005; Bütün, 2011).

Birinci senaryoda 2023-2024 Eğitim yılında 9.sınıf düzeyindeki bir sınıfta geçen diyaloğa yer verilmiştir. Senaryo, öğretmenin konu anlatımı sırasında tahtaya yazdığı bir denklem sorusu üzerine öğrencilerin verdiği dönütlerden oluşmaktadır. Katılımcılarla yapılan görüşme esnasında katılımcılara sorulmak üzere senaryonun belirli kısımlarına sorular eklenmiştir.

İkinci senaryo, 2023-2024 eğitim yılında 8. sınıf düzeyinde benzer bir ders ortamını konu almaktadır. Öğretmenin tahtaya yazdığı denklem sorusu üzerine öğrencilerin dönütleri senaryonun temelini oluşturmuştur. Görüşmeler sırasında katılımcılara yöneltilen sorular senaryonun belirli bölümlerine entegre edilmiştir.

Çalışmada 8. ve 9. sınıf düzeylerine ait senaryoların seçilmesi, araştırmanın amaçları doğrultusunda bilinçli olarak yapılmış bir tercihtir. Bu seçimde temel etken, söz konusu sınıfların ardışık yılları temsil etmesi ve matematiksel kavramların pedagojik sürekliliğini incelemeye uygun bir zemin oluşturmasıdır. Ortaokulun son basamağı olan 8. sınıf ile lise eğitiminin başlangıcındaki 9. sınıfın birlikte ele alınması, öğretmenlerin farklı gelişim aşamalarındaki öğrenci düşüncesine yaklaşımlarını karşılaştırmak açısından önemli bir fırsat sunmaktadır. Çalışmaya hem ortaokul hem de lise matematik öğretmenlerinin dahil edilmesiyle, aynı matematiksel odağın farklı sınıf düzeylerinde nasıl algılandığı ve yorumlandığına dair kapsamlı bir bakış açısı elde edilmesi hedeflenmiştir. Bu tasarım, öğretmenlerin kendi öğretim kademelerine ait içeriklerde mi yoksa tüm sınıf düzeylerinde benzer şekilde mi MÖF'leri fark ettiklerini analiz etmeye olanak tanımıştır. Senaryolara göre MÖF türlerinin dağılımı ve bu türlerin içerikleri Tablo 3.2'de sunulmuştur.

3.4.2. Pilot Uygulama

Veri toplama araçlarının (görüşme formu ve senaryolar) geçerliliğini ve uygulanabilirliğini test etmek amacıyla ana uygulama öncesinde bir pilot çalışma gerçekleştirilmiştir. Nitel araştırmalarda pilot uygulamalar, veri toplama sürecinin kalitesini artırmak, olası sorunları önceden tespit etmek ve araştırma aracının işlevselliğini değerlendirmek açısından önemli bir adımdır (Creswell, 2013; Yıldırım ve Şimşek, 2006). Bu doğrultuda, araştırmanın hedef kitlesiyle benzer özellikler taşıyan iki matematik öğretmeni ile pilot uygulama yürütülmüştür. Süreç boyunca katılımcıların soruları anlama düzeyleri, senaryolara verdikleri tepkilerin tutarlılığı ve görüşme süresinin yeterliliği gözlemlenmiştir. Pilot uygulama sonucunda, görüşme formundaki bazı ifadelerin katılımcılar tarafından belirsiz algılandığı tespit edilmiş ve bu ifadeler daha anlaşılır hâle gelecek şekilde revize edilmiştir. Ayrıca, senaryolarda yer alan bazı teknik detaylar açıklığa kavuşturularak bütünlük sağlanmıştır. Katılımcı geri bildirimleri doğrultusunda veri toplama araçlarının nihai şekli oluşturulmuş ve ana uygulama sürecine geçilmiştir.

Tablo 3.2: Senaryolara göre MÖF türlerinin dağılımı ve tanımları.

Senaryo	MÖF	İçerik	MÖF Türü	İçerik Yorumu
Senaryo 1	MÖF 1	**Öğretmen:** Şimdi bu soruyu çözümlemeye çalışalım. ab=24 ac=18 olduğuna göre a+b+c toplamı en çok kaçtır? **Öğrenci 1:** Hocam, soruda bir hata yok mu? **Öğretmen:** Nasıl bir hata var sence? **Öğrenci 1:** ab=24 ise a=2 olmalı ama aşağıda ac=18 diyor. O zaman da a=1 oluyor. Acaba 18 yerine 28 mi yazmalı?	Kavram Yanılgısı	Öğrenci "ab=24" ve "ac=18" ifadelerinde ab ve ac'yi iki basamaklı sayılar olarak (ab = 10a + b) kabul ediyor. Oysa burada "ab = 24" ifadesi, matematiksel olarak a × b = 24 anlamındadır.
	MÖF 2	**Öğretmen:** Şimdi bu soruyu çözümlemeye çalışalım. ab=24 ac=18 olduğuna göre a+b+c toplamı en çok kaçtır? **Öğrenci 2:** Öğretmenim, a.b olarak düşününce de yanlış oluyor. a=1 olursa b=2 olmak zorunda. Aşağıda da a=1 ise c=3 olmak zorunda. Yine olmadı.	Kavram Yanılgısı	Öğrenci, harflerle ifade edilen cebirsel sembolleri, alfabetik harf–sayı eşlemeleri üzerinden yorumlamaktadır."a" harfini, örneğin alfabenin ilk harfi olduğu için 1, "b" harfini 2 olarak değerlendirmekte ve tüm çözüm sürecini bu eşlemeye göre kurgulamaktadır. Oysa verilen ifadeler (ab = 24, ac = 18) cebirsel olarak a × b = 24 ve a × c = 18 şeklinde çarpım ilişkisi içeren denklemlerdir.
	MÖF 3	**Öğretmen:** Şimdi bu soruyu çözümlemeye çalışalım. ab=24 ac=18 olduğuna göre a+b+c toplamı en çok kaçtır? **Öğrenci 3:** 24 ve 18'de 6 sayısı ortak, yani a=6 olursa b=4, c=3 olur. O zaman toplamları 6+4+3 olmuş olur. **Öğretmen:** Çözüme yavaş yavaş yaklaşıyoruz. Daha büyük bulan var mı? **Öğrenci 3:** Hocam toplamları en çok dediği için en büyük ortak sayı olarak 6'yı buldum.	Stratejik Hata	Öğrenci, problemdeki çarpım ilişkilerini doğru kurmuş ve işlemleri hatasız gerçekleştirmiştir. Ancak, "en çok" ifadesini "en büyük ortak çarpanı bulmak" biçiminde yorumlaması, onun problem çözme stratejisini sınırlandırmıştır.
Senaryo 2	MÖF 4	**Öğretmen:** -3x+20=2x-15 denkleminin çözüm adımları aşağıda verilmiştir. -3x+20=2x-15 1. adım: -3x+20-20=2x-15-20 2. adım: -3x=2x-35 3. adım: -3x-2x=2x-35-2x 4. adım: -5x=-35 5. adım: -5x.((-1)/5)=-35.((-1)/5) 6. adım: x=7 Buna göre çözüm adımlarında yanlışlık yapılmış mıdır? Yapılmışsa hangi basamakta yapılmıştır? Sebebini açıklayın. **Öğrenci 1:** 3. adımda yapılmıştır hocam. Çünkü her taraftan 2x çıkarmış ama sağ tarafta x'in yok olmasına neden olmuş. Onun yerine 2x'i karşıya atmalıydı.	Kavram Yanılgısı	Öğrenci, denklem çözümünde her iki tarafa aynı işlemi uygulama ilkesini kavrayamamış, bunun yerine terimlerin yer değiştirmesiyle birlikte işaret değiştirmesi gerektiği yönünde yüzeysel ve mekanik bir kuralı temel almıştır. Öğrencinin zihinsel modelinde, işlem yapmak, cebirsel ifadeleri anlamlı biçimde dönüştürmekten çok, sembolleri karşıdan karşıya "taşımak" ve işaretlerini değiştirmekten ibaret kalmaktadır.
	MÖF 5	**Öğretmen:** -3x+20=2x-15 denkleminin çözüm adımları aşağıda verilmiştir. -3x+20=2x-15 1. adım: -3x+20-20=2x-15-20 2. adım: -3x=2x-35 3. adım: -3x-2x=2x-35-2x 4. adım: -5x=-35 5. adım: -5x.((-1)/5)=-35.((-1)/5) 6. adım: x=7 Buna göre çözüm adımlarında yanlışlık yapılmış mıdır? Yapılmışsa hangi basamakta yapılmıştır? Sebebini açıklayın. **Öğrenci 2:** Bence 5. adımda yanlış yapmış öğretmenim. ((-1)/5) ile çarpması çok yanlış. (-5) var. Ters işlem yapıp (-5)'i karşıya (+5) olarak atıp (-30) bulmalıydı.	Kavram Yanılgısı	Öğrencinin, denklemde yer alan çarpım ilişkisini doğru yorumlayamadığı görülmektedir. Öğrenci, –5x = –35 ifadesini çözerken, –5 ile x arasındaki çarpma bağlamını fark edememekte ve bu yapıyı, x'in yanındaki sabit bir sayı gibi değerlendirmektedir. Bu yaklaşım, çarpma işleminin cebirsel gösterimde açıkça ifade edilmemesinden kaynaklanan yapısal bir kavram yanılgısına işaret etmektedir.
	MÖF 6	**Öğretmen:** -3x+20=2x-15 denkleminin çözüm adımları aşağıda verilmiştir. -3x+20=2x-15 1. adım: -3x+20-20=2x-15-20 2. adım: -3x=2x-35 3. adım: -3x-2x=2x-35-2x 4. adım: -5x=-35 5. adım: -5x.((-1)/5)=-35.((-1)/5) 6. adım: x=7 Buna göre çözüm adımlarında yanlışlık yapılmış mıdır? Yapılmışsa hangi basamakta yapılmıştır? Sebebini açıklayın. **Öğrenci 3:** Hayır, -5'i karşıya bölü olarak atmalı. O zaman yine 7 bulunur. Bu çözümde yanlış yaparak doğruyu bulmuşlar hocam.	Kavram Yanılgısı/ İşlem Hatası	Öğrencinin "-5'i karşıya bölü olarak atmalı" ifadesi, temel bir kavramsal yanılgıyı olan denge modelini anlamadığı ve işlemsel bir hatayı (negatif katsayılı denklem çözüm stratejisi eksikliği) birlikte ortaya koymaktadır. Doğru sonuca ulaşılmasına rağmen çözümü "yanlış yaparak bulma" şeklinde nitelendirmesi, prosedürel bilgiye dayalı mekanik bir yaklaşım sergilediğini göstermektedir.

3.5. VERİLERİN ÇÖZÜMLENMESİ

Bu araştırmada, nitel veri analizi yöntemleri kullanılarak katılımcılardan elde edilen verilerin derinlemesine incelenmesi ve anlamlı bir bütün haline getirilmesi hedeflenmiştir. Nitel veri analizi, sosyal bilimlerde sıklıkla kullanılan ve sayısal olmayan verilerin sistematik bir şekilde incelenmesini içeren bir süreç olarak karşımıza çıkmaktadır (Creswell, 2013). Bu süreç, araştırmacının verileri toplaması, düzenlemesi, kodlaması, temalara ayırması ve yorumlaması aşamalarını kapsamaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2005). Bu araştırmada veri analizi sürecinde betimsel analiz yöntemi temel alınmıştır. Betimsel analiz, verilerin önceden belirlenen temalar veya kuramsal çerçeve doğrultusunda incelenmesini sağlayarak, toplanan verilerin sistematik bir biçimde sunulmasına olanak tanımaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2005). Bu yöntemde, veriler araştırma soruları doğrultusunda kategorilere ayrılarak özetlenmekte, doğrudan alıntılarla desteklenmekte ve elde edilen bulgular açıklayıcı bir çerçeve içinde yorumlanmaktadır. Bu süreç, aşağıdaki aşamalar doğrultusunda gerçekleştirilmektedir:

(1) Analiz İçin Çerçevenin Oluşturulması: Araştırma soruları ve kuramsal çerçeve temel alınarak, verilerin hangi temalar altında toplanacağı belirlenmektedir. Bu aşama, verilerin sistematik bir şekilde analiz edilmesini sağlamak açısından kritik bir adım olarak değerlendirilmektedir (Braun ve Clarke, 2006). Tema tabanlı analiz yaklaşımı, verilerin anlamlı biçimde organize edilmesine ve araştırma sorularına yanıt oluşturulmasına olanak tanımaktadır. Bu çalışmada, veri analizi süreci iki temel kuramsal çerçeve üzerinden yürütülmüştür: Jacobs ve arkadaşlarının geliştirdiği (2010) "Öğretim Anındaki Fark Etme Becerisine İlişkin Sınıflandırma Çerçevesi" ve Leatham ve arkadaşlarının (2015) geliştirdiği, Doğan ve Kılıç (2021) tarafından uyarlanan Matematiksel Öğretimsel Fırsatlar (MÖF) çerçevesi.

(2) Verilerin İşlenmesi: Oluşturulan tematik çerçeveye göre toplanan veriler dikkatlice okunmakta ve uygun temalar altında sınıflandırılmaktadır. Bu süreçte, verilerin anlamlı bir bütün oluşturacak şekilde düzenlenmesine özen gösterilmektedir (Nowell, Norris, White ve Moules, 2017). Verilerin tematik olarak gruplandırılması, araştırmanın odak noktasını belirginleştirmekte ve bulguların daha açık ve anlaşılır biçimde sunulmasına katkı sağlamaktadır. Bu çalışmada ise çerçevelere göre toplanan veriler dikkatlice okunmuş ve her iki model için ayrı ayrı kodlanmıştır.

(3) Bulguların Tanımlanması**:** Düzenlenmiş veriler, belirlenen temalar doğrultusunda tanımlanmakta ve gerektiğinde katılımcı ifadelerinden doğrudan alıntılarla desteklenmektedir.

Bu durum, okuyucunun elde edilen verileri daha derinlemesine kavramasına olanak tanımaktadır (Braun ve Clarke, 2006). Katılımcı ifadelerine yer verilmesi, onların deneyimlerinin ve bakış açılarının doğrudan yansıtılmasına olanak sağlamakta ve bu yolla bulguların güvenilirliği artırılmaktadır. Çalışmada da her iki çerçeve için ayrı ayrı tanımlanmış ve katılımcı ifadelerinden doğrudan alıntılarla desteklenmiştir. Özellikle öğretmenlerin öğrenci düşüncesini fark etme düzeyleri ile pedagojik kararları arasındaki ilişkiler, her iki model perspektifinden de incelenmiştir.

(4) Bulguların Yorumlanması: Tanımlanan bulgular arasında ilişkiler kurulmakta, olası neden-sonuç bağlantıları değerlendirilmektedir. Elde edilen sonuçlar, literatürde yer alan benzer çalışmalarla karşılaştırılarak yorumlanmaktadır. Bu aşamada yapılan karşılaştırmalar, araştırmanın genel bağlam içinde nasıl bir yere oturduğunun anlaşılmasına yardımcı olmaktadır (Nowell ve diğerleri, 2017). Yorumlama süreci, bulguların hem kuramsal hem de uygulamaya dönük katkılarını ortaya koymaktadır.

Bu çalışmadaki çoklu analiz stratejisi, öğretmenlerin fark etme becerilerinin hem bireysel hem de bağlamsal boyutlarını kapsamlı bir şekilde incelemeye olanak tanımış, böylece araştırma bulgularının derinliği ve zenginliği artırılmıştır. Her iki modelin bütünleşik kullanımı, matematik öğretiminde öğretmenlerin pedagojik karar verme süreçlerine ilişkin daha kapsamlı bir anlayış geliştirmeyi mümkün kılmıştır.

Nitel araştırmalarda geçerlik ve güvenirliği artırmak amacıyla analiz sürecinde elde edilen veriler belirli bir süre sonra yeniden incelenmektedir. Kodlamalar gözden geçirilmekte ve anlamlı bir tutarlılık sağlanması hedeflenmektedir (Nowell ve diğerleri, 2017). Bu uygulama, araştırma sürecinin sistematikliğini güçlendirmekte ve elde edilen sonuçların güvenilirliğini desteklemektedir.

Veri analizi sürecinde, Leatham ve arkadaşlarının (2015) orijinal çalışmasında geliştirilen ve Doğan ile Kılıç (2021) tarafından Türk eğitim bağlamına uyarlanan Matematiksel Öğretimsel Fırsatlar (MÖF) çerçevesi temel alınmıştır. Bu çerçeve, öğretmenlerin öğretim anında öğrenci düşüncesini fark etme becerilerini sistematik olarak değerlendirmeyi amaçlayan ve Tablo 3.3'de detayları sunulan bir analiz modelidir. Bu modelin seçilmesinin temel gerekçesi, öğretmenlerin anlık öğretim kararlarını ve öğrenci düşüncesine yönelik farkındalık düzeylerini çok boyutlu olarak analiz etme olanağı sunmasıdır. Çerçevenin Türk eğitim bağlamına uyarlanmış olması, araştırma bulgularının yerel öğretim pratikleriyle uyumlu bir şekilde yorumlanmasına olanak tanımaktadır.

Tablo 3.3: Öğretim Anındaki Fark Etme Becerisine İlişkin Sınıflandırma Çerçevesi

Dikkat Etme	Karşılık Verme
0: MÖF kaçırıldı	
1: MÖF yakalandı	**Doğru yanıt odaklı**
	0: (Bildirim) Sadece yanıtın/çözümün yanlış olduğunu söylüyor; herhangi bir yönlendirme yapmıyor
	1: (Açıklama) Kendisi veya bir öğrenci, çözümü veya takip edilmesi gereken yolu söylüyor/açıklıyor
	2: (Yönlendirme) Öğrencinin doğru yanıta ulaşmasını sağlamaya çalışıyor a) Kısa yanıtlı, evet-hayır tarzı, teyit edici (ör: "...., öyle değil mi?"), takip edilmeyen, amaçsız-rastgele sorularla veya b) yeniden yapmasını / düşünmesini / okumasını söyleyerek
	Matematiği anlama odaklı
	3: (Ortaya çıkarma) Neden, nasıl, niçin, tarzı sorularla öğrencinin düşüncesini/fikirlerini ortaya çıkarmaya çalışıyor fakat konuşma sonuçlandırılamadan bitiyor veya (varsa) kavram yanılgısı/anlama zorluğu durumunda, yönlendirmesi kısmen doğru olmayan unsurlar içerdiği için (ör: yanlış terminoloji kullanımı, uygun olmayan örnekler veya temsil kullanımı) öğrencinin matematiğindeki eksikliğe tam olarak hitap edemiyor
	4: (Detaylı inceleme) Açıklama yapmaya teşvik edici sorular, örnekler ve temsillerle öğrencinin düşüncesini/fikirlerini ortaya çıkarıyor ve matematiği anlamasını destekliyor

Çerçevede de tanımlanan fark etme becerisi bileşenleri, birbirleriyle etkileşim hâlinde bulunmakta ve öğretmenlerin öğrencilerin düşüncelerine etkili biçimde yanıt verebilmeleri için bu düşünceleri dikkatle gözlemlemeleri ve anlamlandırmaları gerektiği vurgulanmaktadır (Barnhart ve van Es, 2015; Jacobs vd., 2010; Simpson ve Haltiwanger, 2017). Bununla birlikte, öğretim anına odaklanan bu sınıflandırmada yorumlama bileşenine ilişkin herhangi bir göstergeye yer verilmemektedir. Bu durum, öğrencilerin matematiksel düşüncelerine yönelik yorumların çoğunlukla sözlü veya yazılı değerlendirmeler yoluyla elde edilmesinden kaynaklanmaktadır. Doğan ve Kılıç (2019) ise söz konusu çalışmalarında yalnızca öğretim anında gerçekleşen fark etme becerisine odaklandıkları için, yorumlama bileşenine yönelik göstergelere sınıflandırmada yer vermemektedirler.

Bu çerçeve, öğretim anında, öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının matematik öğrenme fırsatı özelliği taşıyan durumları fark edip etmedikleri ve fark ettiklerinde nasıl harekete geçtikleri incelenmek için kullanılmıştır. Veri seti, katılımcılarla gerçekleştirilen yarı yapılandırılmış görüşme ve senaryo yorumlarına dayanmaktadır. Katılımcı öğretmenlerin görüşleri, MÖF çerçevesinde tanımlanan "fark etme" ve "harekete geçme" eylemleri doğrultusunda değerlendirilmiş ve her bir veri parçası, çerçevedeki ilgili kategoriye atanmıştır. Öğretmen ifadeleri doğrudan alıntılanarak kodlanmış, her bir ifade numaralandırılarak

(örneğin, “MÖF Kaçırıldı-0”) analiz edilmiştir. Kodlanan veriler tablo haline getirilerek kategorilere göre düzenlenmiş ve bulgular kısmında yorumlanmıştır.

Bu araştırmada nitel verilerin analizinde geçerlik ve güvenirliği artırmak amacıyla çeşitli stratejiler uygulanmıştır. Araştırmada kullanılan MÖF (Matematiksel Olarak Önemli Fırsatlar) çerçevesi, veri analiz sürecine doğrudan entegre edilmiş ve öğretmen yanıtları bu çerçeveye uygun şekilde kodlanmıştır. Kodlama süreci şeffaf bir biçimde yürütülmüş, öğretmen yanıtları numaralandırılarak "MÖF fark edildi", "MÖF kaçırıldı" gibi doğrudan çerçeveye dayalı kategoriler altında sınıflandırılmıştır.

Kodlamaların güvenirliğini artırmak adına, analiz sürecinin farklı aşamalarında kodlar tekrar gözden geçirilmiş; kodlar ile veriler arasındaki uyum kontrol edilerek temaların geçerliği desteklenmiştir. Ayrıca araştırmacı tarafından yapılan yorumların öznellikten arındırılması amacıyla, alan uzmanı görüşüne başvurulmuş ve kodlar arası tutarlılık değerlendirilmiştir. Bu sayede hem analiz sürecinin hem de bulguların bilimsel güvenirliği pekiştirilmiştir.

4. BULGULAR

Bu bölümde, araştırmanın veri toplama sürecinde elde edilen bulgular, nitel analiz yöntemleri kullanılarak sistematik bir şekilde sunulmaktadır. Çalışmanın temel amacı, öğretmen ve öğretmen adaylarının Cebir Öğretimi bağlamında öğrenci düşüncelerini fark etme becerilerini ve matematiksel olarak önemli pedagojik fırsatları (MÖF) nasıl değerlendirdiklerini incelemektir. Bu doğrultuda, katılımcılarla yapılan yarı yapılandırılmış görüşmeler ve senaryo temelli analizlerden elde edilen veriler, Leatham ve arkadaşlarının (2015) orijinal çalışmasında geliştirilen ve Doğan ile Kılıç (2021) tarafından uyarlanan Matematiksel Öğretimsel Fırsatlar (MÖF) çerçevesi temel alınarak analiz edilmiştir.

Bulgular, katılımcıların fark etme becerilerini üç ana bileşen üzerinden (algılama, yorumlama, tepki verme) nasıl sergilediklerini ve MÖF'leri tanımlama, değerlendirme ve pedagojik kararlara dönüştürme süreçlerini ortaya koymaktadır. Araştırmada kullanılan senaryolarda (biri 8. sınıf, diğeri 9. sınıf düzeyinde olmak üzere), Cebir öğrenme alanına ait konularla ilgili soru çözümü süreçlerine yer verilmiş ve bu süreçlerde toplam 6 MÖF durumu tanımlanmıştır. Katılımcıların MÖF'leri fark etme düzeyleri ve bu fırsatlara verdikleri pedagojik tepkiler çeşitlilik göstermiştir: Bazı katılımcılar MÖF'lerin bir kısmını kaçırırken, bazıları yakalamış ve farklı düzeylerde karşılık vermiştir.

4.1. KATILIMCILARIN FARK ETME BECERİSİ

Bu bölümde, katılımcıların, senaryo temelli etkinlikler sırasında öğrencilerin matematiksel düşüncelerini fark etme becerilerine ilişkin veriler, Jacobs ve arkadaşlarının (2010) öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerini değerlendirmek üzere geliştirdiği çerçeve temel alınarak analiz edilmiştir. Çerçevenin üç ana bileşeni olan (1) dikkat etme, (2) yorumlama ve (3) karar verme boyutlarına yönelik bulgular, alt kategorilerdeki kanıt düzeyleri (güçlü, sınırlı, yetersiz) ile desteklenerek ayrıntılandırılacaktır. İlk olarak, her bir durum için örneklerle somutlaştırılan bulgular sunulacak; ardından tüm verilerin genel bir sentezi yapılarak öğretmenlerin fark etme becerilerindeki eğilimler ve eksiklikler yorumlanacaktır. Bu yaklaşım, çalışmanın amaçları doğrultusunda pedagojik uygulamalara yönelik çıkarımların sistematik bir şekilde ortaya konmasını sağlayacaktır.

4.1.1. Durum Bazlı Bulgular

Jacobs ve arkadaşlarının (2010) çerçevesine göre, öğretmenlerin öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerini fark etme becerileri üç temel boyutta incelenmiştir: (1) Dikkat Etme, (2) Yorumlama ve (3) Karar Verme. Aşağıda, her bir boyut için elde edilen bulgular, güçlü, sınırlı ve yetersiz kanıt düzeyleriyle desteklenerek ayrıntılandırılmıştır.

4.1.1.1. Öğrencilerin Matematiksel Düşüncelerine Dikkat Etme

Dikkat etme, öğretmenlerin öğrencilerin matematiksel çözümlerindeki detayları, stratejileri ve potansiyel hataları gözlemleme becerisini ifade eder (Jacobs et al., 2010). Bu süreç, öğrenme sürecindeki kritik anların yakalanması için temel oluşturur. Çalışmada dikkat etme becerisi, öğretmenlerin öğrenci çalışmalarını ne derece detaylı incelediği, hangi unsurları kaydettiği ve hangi detayları gözden kaçırdığı üzerinden değerlendirilmiştir.

Öğrencinin problemde verilen bilgileri kullanıp kullanmadığını, hangi işlemleri gerçekleştirdiğini, hangi temsilleri veya sembolleri tercih ettiğini açık ve ayrıntılı biçimde ifade eden katılımcıların yaklaşımları, "güçlü kanıt" olarak sınıflandırılmıştır. Katılımcıların açıklamaları incelendiğinde, tüm ifadelerin %29'unun bu türden güçlü kanıt içerdiği belirlenmiştir. Bireysel eğilimler incelendiğinde, katılımcıların fark etme becerilerinde önemli varyasyonlar gözlemlenmiştir. 12 katılımcıdan yalnızca 4'ü (%33) yanıtlarının çoğunluğunda güçlü kanıt üretebilmiştir. Bu katılımcılardan özellikle OÖ3 kodlu tecrübeli ortaokul öğretmeni, yanıtlarının %83'ünde güçlü kanıt sunarak belirgin bir şekilde öne çıkmaktadır. Diğer üç katılımcı (ÖA1, OÖ1, LÖ2) ise yanıtlarının yaklaşık yarısında (%50) bu düzeyde kanıt sağlayabilmiştir. Bu bulgular, bazı öğretmenlerin öğrenci düşüncesini analiz etmede daha sistematik ve detaycı bir yaklaşım benimsediğini, ancak bu becerinin genel olarak katılımcı grubunda sınırlı dağılım gösterdiğini ortaya koymaktadır. OÖ3'ün performansı, güçlü fark etme becerisinin pedagojik uygulamalara nasıl yansıyabileceğine dair umut verici bir örnek oluşturmaktadır. Bu duruma örnek teşkil eden OÖ1 ve OÖ2'nin açıklamaları aşağıda sunulmuştur.

> *"Evet öğrenci 1 çok tipik bir senaryo gibi geldi bana. Burada öğrencimiz a ile b yi 2 basamaklı bir sayı gibi düşünmüş. Oradaki çarpım durumu yok. Yani a yerine 2 koyuyor b yerine 4 koyuyor işte 24 olduğunu düşünüyor. Oysaki orada bir çarpma işleminin yazılmaması gerektiğini düşünmemiş gibi bir durum söz konusu."*(OÖ1, MÖF1)

> *"Burada her iki tarafı -5'e bölmesi gerekiyor. Öğrenci aslında -5'in x'in kat sayısı olduğunu anlamıyor. Orada arada bir artı yok, bir eksi yok. Toplama olarak karşı tarafa atamayız. Terimlerin birleşik olduğunu, arada çarpma işlemi olduğunu öğrenciye aktarmak gerek."* (OÖ2, MÖF 5)

Katılımcı öğretmenlerin açıklamalarından da anlaşılacağı üzere, öncelikli olarak öğrencilerin problemde verilen bilgilere ne derece dikkat ettiklerine odaklanılmış; ardından öğrencilerin gerçekleştirdiği matematiksel işlemleri ayrıntılı bir biçimde ifade edilmiştir. Bu tür açıklamalarda, öğrencinin çözüm sürecine ilişkin açık ve somut çıkarımlar yer almakta olup, öğretmenlerin öğrenci düşüncelerini anlamaya yönelik çabaları daha belirgin hâle gelmektedir.

Buna karşılık, bazı katılımcıların açıklamaları yalnızca öğrencilerin kullandığı stratejilerin genel özelliklerine değinmekte; öğrencilerin çözüm süreci ya da problemi nasıl ele aldıklarına dair ayrıntılı açıklamalardan yoksun kalmaktadır. Bu tür ifadeler, öğretmenlerin öğrenci çözümünden "sınırlı kanıt" sundukları şeklinde değerlendirilmiştir. Sınırlı kanıt sunan açıklamalarda, öğrencilerin problemde verilenlere dikkat edip etmediklerine yönelik herhangi bir vurgu yapılmamış; yapılan işlemler ise genellikle yüzeysel ve genel hatlarıyla ifade edilmiştir. Bu bağlamda, katılımcıların %29'unun açıklamalarının sınırlı kanıt içerdiği belirlenmiştir. Bireysel performanslar dikkate alındığında, katılımcıların sınırlı kanıt üretme eğilimlerinde önemli farklılıklar gözlemlenmiştir. 12 katılımcıdan 8'i (%66.7) en az iki durumda sınırlı kanıt içeren yanıtlar vermiştir. Bu grupta, 7 katılımcı (ÖA1, ÖA3, ÖA4, OÖ1, LÖ1, LÖ2, OÖ4) yanıtlarının yaklaşık üçte birinde (%33) sınırlı kanıt sunarken, LÖ3 kodlu tecrübeli lise öğretmeni bu kategoride belirgin şekilde öne çıkarak yanıtlarının üçte ikisinde (%67) sınırlı kanıt üretmiştir. Bu dağılım, öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının öğrenci düşüncesini yorumlama ve analiz etmede genel olarak orta düzeyde zorluk yaşadığını göstermektedir. Özellikle LÖ3'ün performansı, bazı adayların fark etme sürecinde tutarlı şekilde yüzeysel değerlendirmeler yapma eğiliminde olduğuna işaret etmektedir. Aşağıda, bu gruba örnek teşkil eden bazı katılımcıların açıklamalarına yer verilmiştir.

> *"Evet burada öğrencinin aslında kaçırdığı yolu çok doğru yani ortak çarpan ilerliyor ama orada a ve b'yi bir rakam olarak düşünüyor. Burada bunun üzerinde daha çok durulması gerektiğini düşünüyorum."* (ÖA3, MÖF3)

> *"Karşı tarafa atma mantığı pratik versiyon. Aslında bizim orada süreden kazanmak için yaptığımız bir şey. Her 2 taraftan 2x i çıkardığımda da zaten pratik versiyonla aynı şeyi uygulamış oluyorum. Öğrencide bu mantığın oturması lazım."* (LÖ1, MÖF4)

Katılımcıların açıklamalarının %42'si ise yetersiz kanıt kapsamında değerlendirilmiştir. Bireysel eğilimler dikkate alındığında, katılımcıların yetersiz kanıt üretme düzeylerinde çarpıcı farklılıklar gözlemlenmiştir. 12 katılımcıdan 6'sı (%50) yanıtlarının en az yarısında yetersiz kanıt içerirken, bu grubun 4'ü (ÖA4, OÖ2, LÖ4, OÖ4) yanıtlarının üçte ikisinde (%67) yetersiz

kanıt sunmuştur. Özellikle ÖA2 kodlu öğretmen adayı, yanıtlarının %83'ünde yetersiz kanıt üreterek bu eğilimin en uç örneğini oluşturmaktadır. ÖA3 kodlu öğretmen adayı ise yanıtlarının yarısında (%50) bu düzeyde kanıt içermektedir. Bu bulgular, katılımcıların önemli bir bölümünün öğrenci düşüncesini analiz etmede ciddi zorluklar yaşadığını ortaya koymaktadır. Özellikle ÖA2'nin performansı, bazı öğretmen adaylarının neredeyse tüm değerlendirmelerinde yüzeysel ve analitik olmayan yaklaşımlar sergilediğini göstermektedir. Bu tür açıklamalarda, öğretmenler öğrencilerin çözüm yolları ya da benimsedikleri stratejilere dair herhangi bir somut kanıt sunmamış; yalnızca öğrencinin yanıtını "doğru" ya da "yanlış" şeklinde nitelendirmekle yetinmişlerdir. Öğrencinin problemi nasıl çözdüğü, hangi işlemleri yaptığı ya da ne tür düşünme süreçleri izlediği konularına yönelik herhangi bir ifade bulunmamaktadır. Dolayısıyla, bu tür açıklamalar öğrenci düşüncesini anlama ya da yorumlama açısından yeterli derinliğe ulaşamamaktadır. Aşağıda, bu kategoriye giren bazı katılımcı açıklamalarına örnekler sunulmuştur.

> *"Öğrenci rakam bazlı düşünmüş ortaya nokta işareti konulabilirdi. Soru bazında öğrencinin düşüncesi normal bence gayet güzel düşünmüş. Ben olsam bende aynısını düşünürdüm."* (ÖA2, MÖF1)

> *"Yani burada a=1 olduğunda b=2 olduğunda ab'nin 24 olduğunu göremiyoruz. Burada yanlış düşünmüş."* (ÖA4, MÖF2)

Öğrencilerin matematiksel düşüncesine dikkat etme boyutunda, öğretmen ve öğretmen adaylarının büyük çoğunluğunun (%75) öğrenci matematiksel düşüncesini analiz etmede ya kısmen ya da ciddi düzeyde zorluklar yaşadığını göstermektedir. Özellikle ÖA2 ve LÖ3 gibi uç örnekler, fark etme becerilerindeki bireysel farklılıkların pedagojik uygulamalara nasıl yansıyabileceğine dair çarpıcı veriler sunmaktadır.

4.1.1.2. Öğrencilerin Matematiksel Düşüncelerini Yorumlama

Yorumlama, öğretmenlerin gözlemledikleri matematiksel düşüncelerin arkasındaki mantığı ve kavramsal anlamı çözümleme becerisidir (Jacobs et al., 2010). Bu aşama, öğrencilerin hatalarının kökenlerini anlama ve onların matematiksel akıl yürütme süreçlerini kavrama ile ilgilidir. Öğrencilerin matematiksel düşüncelerini fark etme becerisi, yalnızca öğrencilerin kullandıkları stratejilere dikkat etmeyi değil, aynı zamanda bu stratejilerin içeriğini yorumlamayı ve öğrencilerin düşünce yapılarını anlamlandırmayı da gerektirir. Bu bölümde de, katılımcıların öğrencilerin matematiksel düşüncelerini ne ölçüde yorumlayabildikleri; yaptıkları açıklamalar ve sundukları kanıtlara dayanarak "güçlü", "sınırlı" ve "yetersiz" olmak üzere üç düzeyde değerlendirilmiştir.

Katılımcıların, öğrencilerin stratejilerinde yer alan matematiksel detayları anlamlandırmaları, bu detayların öğrencinin kavrayışını nasıl yansıttığını açıkça ifade etmeleri ve bu unsurları öğrencinin matematiksel gelişimi ile ilişkilendirmeleri durumunda, açıklamaları "güçlü kanıt" düzeyinde olarak değerlendirilmiştir. Yapılan bu değerlendirme doğrultusunda, katılımcıların açıklamalarının %26'sının güçlü kanıt içerdiği tespit edilmiştir. Katılımcıların bireysel performans analizleri, yorumlama boyutunda belirgin bir dağılım olduğunu ortaya koymaktadır. 12 katılımcıdan 8'i (%67) güçlü kanıt içeren yanıtlar üretirken, bu grubun içinde üç grup göze çarpmaktadır. 12 katılımcıdan 2'sinin (ÖA1 ve OÖ1) yanıtlarının yarısında (%50) güçlü kanıt bulunmaktadır. OÖ2 kodlu ortaokul öğretmeninin, LÖ1 ve LÖ2 kodlu lise düzeyinde eğitim veren öğretmenlerin yanıtlarının üçte birinde (%33) bu düzeyde kanıt içermektedir. OÖ3 kodlu tecrübeli ortaokul öğretmeninin yanıtlarının büyük çoğunluğunda (%83) güçlü kanıt sunmaktadır. Bu dağılım, özellikle OÖ3'ün performansının diğer katılımcılara kıyasla ne kadar belirgin şekilde öne çıktığını göstermektedir. Güçlü kanıt sunan OÖ3 kodlu öğretmen ve ÖA1 öğretmen adayının örnekleri aşağıda sunulmuştur.

> *"24 ve 18'in ortak çarpanı olarak 6'yı bulmuş öğrenci, buradan da a=6, b=4, c= 3 olarak çözüme yönelmiş. Toplamları en çok dediği için en büyük ortak böleni düşünmüş. Burada 6'dan başka bu ikisini birden ortak bölen ne olabilir diye düşünüp mesela 2 cevabı gelebilirdi. Belki 3 cevabı gelebilirdi ve bunlara karşılık diğer değerleri bulup yine toplayıp aslında çözümün yavaş yavaş büyüdüğünü görüp işte en sonunda da artık bir dediğimizde zaten alabileceği en büyük değerin o olduğunu görebildik."* (OÖ3, MÖF3)

> *"Yani aslında bu konunun ilk başta anlatılış durumundan dolayı bence burada öğrenci 2x'i karşıya atmalıydık düşüncesine giriyor. Yani sonuçta bize de öyle anlattılar. "2x karşı tarafa eksi olarak geçer." Aslında bu durumun arkasında gerçekten iki tarafa da eşit sayıyı ekleme ya da çıkarma olduğu şeklinde anlatılmadı. Bence bu öğrenci o yüzden bu şekilde düşünmüş."* (ÖA1, MÖF 4)

Yukarıda sunulan açıklamalar incelendiğinde, katılımcıların öğrencilerin yaptıkları işlemler üzerinden matematiksel düşüncelerini ayrıntılı bir şekilde analiz ettiği ve öğrencinin akıl yürütmesine dair somut kanıtlar sunduğu görülmektedir. Bu tür açıklamalar, adayların öğrencilerin düşünme süreçlerini anlamaya yönelik güçlü bir farkındalık geliştirdiğini göstermektedir. Öte yandan, bazı katılımcıların ise öğrencilerin çözüm stratejilerine yönelik oldukça genel ifadeler kullandığı dikkat çekmektedir. Bu katılımcılar, öğrencilerin matematiksel düşüncelerine ilişkin yüzeysel değerlendirmeler yapmış; ne tür işlemler uyguladıkları veya hangi düşünme yollarını izledikleri konularında derinlemesine analiz sunamamıştır. Bu nedenle, söz konusu açıklamalar "sınırlı kanıt" kapsamında değerlendirilmiş

olup, bu gruba giren açıklamaların oranı %29'dur. Yapılan analizler, katılımcıların sınırlı kanıt üretme eğilimleri açısından belirgin farklılıklar sergilediğini ortaya koymaktadır. Toplam 12 katılımcıdan 10'unda (%83) sınırlı kanıt içeren yanıtlar gözlemlenmiştir. Bu grupta, beş katılımcı (ÖA1, ÖA3, OÖ1, LÖ1, LÖ2) yanıtlarının yaklaşık üçte birinde (%33) sınırlı kanıt sunarken, LÖ4 kodlu tecrübeli lise öğretmeni bu oranı %50'ye çıkarmıştır. Özellikle dikkat çekici olan LÖ3 kodlu tecrübeli lise öğretmeni ise yanıtlarının %83'ünde sınırlı kanıt üreterek belirgin şekilde öne çıkmaktadır. Bunun yanı sıra, üç katılımcıda (ÖA4, OÖ3, OÖ4) %17 oranında sınırlı kanıt gözlemlenirken, kalan iki katılımcıda hiç sınırlı kanıt içeren yanıt bulunmamıştır. Bu dağılım, katılımcıların öğrenci düşüncesini analiz etme becerilerinde önemli varyasyonlar olduğunu göstermektedir. Aşağıda, sınırlı kanıt düzeyinde değerlendirilmiş bazı katılımcı örneklerine yer verilmiştir.

> *"Öğrenci ters işlem yapıp -5'i karşıya +5 olarak atıyor. Öğrencinin burada toplama ve çarpma arasında bir kavram yanılgısı var. Bir toplama işlemi olsaydı o karşıya o şekilde geçerdi." (ÖA3, MÖF 6)*

> *"Öncelikle öğrenciyi tebrik ederim. Ortak böleni buldu 6. Ama 2 ve 3 de mesela bunların ortak böleni ama 6'yı seçti. Burada öğrencinin yaptığı hata şu : Öğrenci şöyle zannetti, ortak olan a ama diğerlerinin tek basamaklı olmasına şartladı kendini, haliyle bunların rakam olduğunu kabul ederek 6 buldu."* (LÖ2, MÖF 3)

Verilen örneklerden de anlaşılacağı üzere, bazı katılımcılar öğrencilerin düşünme süreçlerine ilişkin değerlendirmelerinde yüzeysel ve gerekçesiz ifadelere başvurmuştur. Örneğin, "öğrencinin toplama ve çarpma arasında bir kavram yanılgısı var" şeklindeki bir açıklama, öğrencinin hangi işleminden yola çıkılarak bu sonuca ulaşıldığını belirtmediği için pedagojik açıdan eksik kalmaktadır. Bu tür yorumlar, adayın öğrenci düşüncesine ilişkin yeterli kanıt sunmadığını göstermektedir.

Güçlü ve sınırlı kanıt sunan adayların yanı sıra, bazı katılımcıların açıklamalarının ise "yetersiz kanıt" içerdiği belirlenmiştir. Bu gruptaki katılımcılar ya öğrenci düşüncesine dair hiçbir gerekçe sunmamış ya da sundukları açıklamalar öğrencinin matematiksel anlamasıyla doğrudan ilişkili olmamıştır. Bu tür ifadeler, genellikle öğrencinin yalnızca davranışlarına ya da yüzeysel işlem basamaklarına odaklanmakta, düşünme süreçlerini derinlemesine analiz etmekten uzak kalmaktadır. Bu gruba giren açıklamaların oranı %44'tür. Yapılan analizler, katılımcıların yetersiz kanıt üretme eğilimleri konusunda çarpıcı sonuçlar ortaya koymaktadır. 12 katılımcının 11'inde (%91.6) yetersiz kanıt içeren yanıtlar tespit edilmiştir. Bu grubun içinde özellikle bu bağlamda öne çıkan dört katılımcı bulunmaktadır: ÖA4 kodlu öğretmen adayı ve OÖ4 kodlu tecrübeli ortaokul öğretmeni yanıtlarının %83'ünde, OÖ2 kodlu ortaokul öğretmeni

%67'sinde, ÖA2 kodlu öğretmen adayı ise yanıtlarının tamamında (%100) yetersiz kanıt üretmiştir. Bu veriler, katılımcıların büyük çoğunluğunun öğrenci düşüncesini yorumlamada ciddi zorluklar yaşadığını açıkça göstermektedir.

Özellikle ÖA2'nin tüm yanıtlarında yetersiz kanıt sunması, bu katılımcının öğrenci çalışmalarını değerlendirme sürecinde tamamen yüzeysel bir yaklaşım benimsediğine işaret etmektedir. Benzer şekilde, ÖA4 ve OÖ4'ün %83'lük oranları da bu adayların neredeyse her durumda detaylı analiz yapmaktan kaçındığını ortaya koymaktadır. Aşağıda, yetersiz kanıt içeren bazı örnek cevaplara yer verilmiştir.

> *"Öğrenci, konudaki soru tipini tam anlamıyla bilmediği için, sorunun yanlış olduğunu düşünmüş, bunu iyi bilmediğim konularda öğrenciliğimde kendim de yapardım."* (LÖ4, MÖF 1)

> *"Öğrencinin kafasında soru ve konuyla ilgili soru işaretleri var. Geri dönüt verilse aslında öğrenci orada aydınlanabilir."* (OÖ4, MÖF 5)

Bu bölümde sunulan bulgular, katılımcıların öğrenci matematiksel düşüncelerini yorumlama becerilerinde üç farklı düzeyde performans sergilediğini ortaya koymaktadır. Özellikle OÖ3 gibi bazı katılımcıların (%83 güçlü kanıt) öğrenci akıl yürütmelerini derinlemesine analiz edebildiği görülürken, LÖ3 (%83 sınırlı kanıt) ve ÖA2 (%100 yetersiz kanıt) gibi katılımcıların yüzeysel değerlendirmeler yaptığı tespit edilmiştir. Genel dağılım incelendiğinde, katılımcıların yalnızca %26'sının güçlü kanıt sunabildiği, buna karşın %44'lük önemli bir bölümünün yetersiz kanıt ürettiği görülmektedir. Bu sonuçlar, öğretmen adayları ve deneyimli öğretmenlerin büyük çoğunluğunun, öğrenci düşüncesini anlamlandırma ve yorumlama konusunda önemli zorluklar yaşadığını göstermektedir. Özellikle yetersiz kanıt kategorisindeki yanıtların yaygınlığı, öğretmen eğitimi programlarında bu becerinin geliştirilmesine yönelik daha sistematik çalışmalara ihtiyaç olduğuna işaret etmektedir.

4.1.1.3. Öğrencilerin Matematiksel Düşüncelerine Yönelik Karar Verme

Karar verme, öğretmenlerin gözlem ve yorumlarına dayanarak pedagojik müdahaleler planlama ve uygulama sürecidir (Jacobs et al., 2010). Bu aşama, fark etme becerisinin eyleme dönüştüğü ve öğretimsel uyarlamaların yapıldığı kritik bir basamaktır. Fark etme becerileri, öğretmen ve öğretmen adaylarının öğrencilerin matematiksel düşüncelerini yorumladıktan sonra bu düşünceleri temel alarak bir sonraki öğretim adımına karar verme sürecini de kapsamaktadır. Bu süreçte katılımcılardan beklenen, öğrencinin sergilediği strateji ve yanıtlar doğrultusunda onun matematiksel anlayışını destekleyecek yönlendirme ve öğretimsel kararlar

geliştirmeleridir. Diğer bir ifadeyle, öğretmen adaylarının yalnızca öğrencinin ne yaptığına değil, bu bilgi doğrultusunda ne yapılması gerektiğine odaklanmaları beklenmektedir.

Bu noktada kritik olan, öğretmenin öğrenciye "en iyi" soruyu yöneltmesinden çok, yöneltilecek sorunun öğrenciyi nasıl zorladığı ve bu sorunun öğrencinin mevcut matematiksel düşünce düzeyine nasıl dayandığıdır. Bu bağlamda, öğretmenin ne yaptığı değil, neden yaptığı ön plana çıkmaktadır. Bu bölümde önceki bölümlere benzer olarak, katılımcıların önerdikleri öğretimsel adımlara ilişkin sundukları gerekçeler analiz edilmiş ve bu gerekçeler "güçlü", "sınırlı" ve "yetersiz" olmak üzere üç düzeyde sınıflandırılmıştır.

Güçlü kanıt sunan öğretmen adayları, bir sonraki öğretim adımını öğrencilerin matematiksel anlayış düzeyine göre şekillendirmiş, öğrencinin düşüncesini referans alarak spesifik yönlendirmeler yapmış ve önerdikleri adımı net gerekçelerle temellendirmişlerdir. Yapılan analizler sonucunda, öğretmen ve öğretmen adaylarının açıklamalarının %21'inin bu nitelikte güçlü kanıt içerdiği belirlenmiştir. Katılımcıların öğrenci matematiksel düşüncesine yönelik karar verme becerilerine ilişkin bireysel performans analizleri, öğretmenler arasında belirgin farklılıklar olduğunu ortaya koymaktadır. 12 katılımcının 8'i (%66.7) güçlü kanıt içeren yanıtlar üretirken, bu grupta dört farklı performans düzeyi gözlemlenmiştir:

Dört katılımcı (ÖA1, OÖ1, OÖ2, LÖ2) yanıtlarının üçte birinde (%33) güçlü kanıt sunarken, OÖ3 kodlu tecrübeli ortaokul öğretmeni bu oranı %67'ye çıkarmıştır. Buna karşılık, üç katılımcı (ÖA3, LÖ1, LÖ4) yalnızca yanıtlarının %17'sinde güçlü kanıt üretebilmiştir. Özellikle OÖ3'ün görece yüksek performansı, bu katılımcının öğrenci düşüncesini analiz etmede diğerlerine göre daha sistematik ve derinlemesine bir yaklaşım sergilediğini göstermektedir. Güçlü kanıt sunan bazı katılımcıların örnekleri aşağıda sunulmuştur.

> *"c yerine 3 koymuş. O zaman şöyle de düşünüyor olabilir: Alfabemizdeki a, b ve c'ye göre muhtemelen a yerine 1, b yerini 2, c yerine 3, d olsaydı 4, e olsaydı 5 gibi şeyler, yani muhtemelen öyle bir şey düşünmüş. Dolayısıyla bu kısmın bir düzeltilmesi lazım diğer türlü öğrenci hâlâ yanlış yapmaya devam edecek. Çarpımların 24 ve çarpımların 18 olması gerektiği özellikle vurgulanarak çarpım tablosunda hangi iki sayıyı çarparsak 24 hangi iki sayıyı çarparsak 18 olacağı, gerekirse altıncı sınıf Çarpanlar ve Katlar konusuna geri gidilmesi lazım. Bir sayının çarpanlarını nasıldı, nasıl bulunuyordu? Çarpanlar bulunduğunda a çarpanı zaten orada ortak bir çarpan olacak. Dolayısıyla onla ilişkilendirme yapılabilir."* (OÖ1, MÖF 2)

> *"Öğrenci her iki taraftan 2x çıkarmak yerine karşıya atmak istiyor. Böyle bir durumda öğrenciden karşıya atmasını isterdim. Yine -2x'i yok etmiş olurduk. Bu öğrenci. denklemdeki terazi mantığını öğrenememiş bence. Yani ezbere bir çözüm olmuş. Öğrenciye bu işlemin mantığını göstermek lazım. Terazinin her iki kefesine de aynı*

işlemleri uyguladığında denge bozulmaz, denklemde de eşitlik bozulmaz aynı şekilde." (LÖ2, MÖF 4)

Katılımcılar, öğrencilerin gerçekleştirdiği işlemleri analiz ederek bu işlemlerin ardında yatan düşünce biçimlerini ve öğrencinin kavramsal olarak neyi anlayamadığını tespit ettiklerini belirtmiştir. Bu doğrultuda, bir sonraki öğretim adımında öğrencinin anlamakta zorlandığı noktalara odaklanmayı planladıklarını ifade etmişlerdir. Katılımcılar, öğrencinin yaptığı işlemleri anlamlandırmaya yönelik olarak "Neden böyle düşündün?", "Bu işlemi yapma gerekçen nedir?", "Burada nasıl bir yol izledin?" gibi sorgulayıcı sorular yöneltmeyi tercih edeceklerini dile getirmiştir. Bu cevaplar, katılımcıların öncelikli olarak öğrencinin düşünme sürecini anlamaya yönelik bir yaklaşım benimsediklerini ortaya koymaktadır.

Öte yandan, bazı katılımcılar ise öğrencinin kavram bilgisine dair hatalı düşüncelerini ve işlem hatalarını fark ettirmeye yönelik sorular sorabileceklerini ya da konunun tekrar anlatılmasını içeren daha genel yönlendirmelerde bulunabileceklerini belirtmiştir. Bu tür açıklamalarda öğrencinin düşünme sürecini derinlemesine analiz etmek yerine, doğrudan doğruya öğretimsel düzeltme ön plana çıkmaktadır. Bu nedenle bu tür yaklaşımlar, "sınırlı kanıt" kategorisinde değerlendirilmiştir.

Bu kategoriye örnek teşkil eden bazı açıklamalar aşağıda sunulmuştur:

"Öğrencimizin yaptığı çözüm aslında soru bazında doğru ama bize soruda en yüksek değeri soruyor. Burada "Acaba farklı daha büyük bir değer bulabilir miyiz?" diye sorulabilir. İki sayının da bütün çarpanlarını yazıp hangilerinin en büyük olduğunu göstermeye ve nasıl bir ilişki kurarak en büyüğünü yakaladığımızı göstermeye çalışırdım." (LÖ3, MÖF 3)

"Öğrencinin zihninde karmaşa var. Aslında neden eksi ile çarpıyorum ve 1/5 ile çarpıyorum? İlk önce 1/5 ile çarpmanın mantığını açıklamamız gerekiyor. Sonra neden eksi olur? Tane tane adım adım açıkladıktan sonra bence tüm soruyu kendim çözerdim." (OÖ4, MÖF 6)

Yukarıda verilen örneklerde de görüldüğü üzere, katılımcılar öğrencilerin kavram bilgisi ve işlem bilgisine yönelik uygulamalar yaptırmak istediklerini söylemişlerdir. Katılımcıların açıklamalarının %14'ü bu şekilde sınırlı kanıt içermektedir. Katılımcıların karar verme becerilerine ilişkin bireysel performans analizleri incelendiğinde, 12 katılımcıdan 5'inin (%41,7) sınırlı kanıt sunduğu tespit edilmiş olup, bu grupta üç farklı performans düzeyi belirlenmiştir. ÖA3, OÖ4 ve LÖ2 kodlu katılımcılar yanıtlarının %17'sinde sınırlı kanıt içerirken, ÖA1 kodlu öğretmen adayı bu oranı %33'e çıkarmıştır. Özellikle dikkat çekici olan

LÖ3 kodlu tecrübeli lise öğretmeni yanıtlarının %83'ünde sınırlı kanıt üreterek belirgin bir şekilde öne çıkmaktadır.

Güçlü ve sınırlı kanıt sunan katılımcıların yanı sıra, öğretmen ve öğretmen adaylarının %47'sinin açıklamalarında yetersiz kanıt bulunduğu tespit edilmiştir. Bu katılımcıların ifadelerinde, öğrencinin kavramsal anlaması ile problem yapısı arasında bir ilişki kurulmamış; öğretimsel müdahaleler için matematiksel gerekçelere yer verilmemiştir. Katılımcılar genellikle, öğrencinin matematiksel düşüncesini temel almak yerine, problemin yüzeysel yapısına odaklanarak çözüm önerileri geliştirmişlerdir.

Bu gruptaki katılımcıların açıklamaları, öğrencinin düşünme sürecini anlamaya ya da geliştirmeye yönelik derinlemesine pedagojik kararlar içermemektedir. Dolayısıyla, bu açıklamalar öğrenci merkezli öğretim anlayışının gerisinde kalmakta ve pedagojik fırsatların etkin biçimde değerlendirilemediğini göstermektedir. Karar verme becerilerine ilişkin bireysel eğilimler incelendiğinde katılımcıların öğrenci düşüncesine yönelik pedagojik müdahale önerilerinde ciddi yetersizlikler yaşadığı görülmektedir. Tüm katılımcıların (12/12) yanıtlarında yetersiz kanıt tespit edilmiş olup, bu durum öğretmenlerin karar verme aşamasında sistemli bir yaklaşım geliştiremediğini göstermektedir.

Veriler incelendiğinde, dokuz katılımcının (%75) yanıtlarının en az yarısında yetersiz kanıt bulunduğu görülmektedir. Özellikle ÖA2 ve ÖA4 kodlu öğretmen adayları tüm yanıtlarında (%100), LÖ1, OÖ4 ve LÖ4 kodlu lise ve ortaokul düzeyinde tecrübeli öğretmenler ise yanıtlarının %83'ünde yetersiz kanıt sunmuştur. ÖA3, OÖ1 ve OÖ2 katılımcılarında bu oran %67 olarak belirlenirken, LÖ2 kodlu lise öğretmeni yanıtlarının yarısında (%50) yetersiz kanıt içermektedir. Bu bulgular, katılımcıların büyük çoğunluğunun öğrenci ihtiyaçlarına uygun bireyselleştirilmiş müdahaleler geliştiremediği, genel geçer ve yüzeysel önerilerle yetindiği, somut uygulama stratejileri sunamadığı, öğrenci hatalarını düzeltmeye yönelik sistematik yaklaşımlar ortaya koyamadığı şeklinde özetlenebilir. Özellikle ÖA2 ve ÖA4'ün tüm yanıtlarının yetersiz kanıt içermesi, bu katılımcıların karar verme sürecinde tamamen yüzeysel bir yaklaşım benimsediğini göstermektedir. Yetersiz kanıt sunan bazı öğretmen adaylarının açıklamaları aşağıda sunulmuştur:

> *"Burada öğrencinin kafası karışmış. Arada çarpma olduğunu anlayamamış. Arada çarpma işlemi olduğunu söylerdim bu öğrenciye."* (OÖ2, MÖF 1)

> *"Aslında orada yanlış olduğunu +5 olarak gitmeyeceğini çarpım durumunda olduğunu +5 olarak giderse yanlış bir sonuç yanlış bir x değerine ulaşacağımızı iletirdim. Doğrusunu da anlatırdım çünkü tamamen yanlış aslında düşündüğü kısım."* (LÖ1, MÖF 5)

Bu bölümde sunulan bulgular, katılımcıların öğrenci matematiksel düşüncelerine yönelik karar verme becerilerinde önemli eksiklikler olduğunu ortaya koymaktadır. Çalışmaya katılan 12 öğretmen ve öğretmen adayının tamamının yanıtlarında yetersiz kanıt tespit edilmiş olup, özellikle dokuz katılımcının (%75) yanıtlarının en az yarısında bu durum gözlemlenmiştir. ÖA2 ve ÖA4 kodlu katılımcıların tüm yanıtlarının (%100), LÖ1, OÖ4 ve LÖ4 kodlu katılımcıların ise yanıtlarının %83'ünün yetersiz kanıt içermesi, karar verme aşamasının katılımcılar için en zorlu boyut olduğunu göstermektedir. Güçlü kanıt sunan katılımcıların oranının yalnızca %21 olması ve bu grubun büyük çoğunluğunun (OÖ3 hariç) yanıtlarının en fazla %33'ünde güçlü kanıt bulunması, öğretmenlerin gözlem ve yorumlarını etkili pedagojik müdahalelere dönüştürmede ciddi zorluklar yaşadığını ortaya koymaktadır. Bu sonuçlar, öğretmen eğitimi programlarında karar verme becerilerinin geliştirilmesine yönelik özel çabalara ihtiyaç olduğunu göstermektedir.

4.1.2. Genel Eğilimler

Bu bölümde, katılımcıların öğrenci matematiksel düşüncelerini fark etme becerilerine ilişkin genel performans eğilimleri, üç temel boyut (dikkat etme, yorumlama ve karar verme) üzerinden analiz edilmiştir. Jacobs ve ark. (2010) çerçevesinde değerlendirilen katılımcı performansları, fark etme becerilerinin bileşenleri arasında asimetrik bir dağılım olduğunu göstermektedir. Nicel veriler, öğretmen ve öğretmen adaylarının öğrenci düşüncesine dikkat etmede görece daha yetkin olduklarını, ancak bu tespitleri yorumlama ve daha sonrasında karşılık vermede sistematik olarak zayıf kaldıklarını ortaya koymaktadır. Bu bulgular, öğretmen eğitiminde yalnızca gözlem becerilerinin değil, eyleme dönük yorumlama süreçlerinin de kritik önem taşıdığına işaret etmektedir.

Aşağıdaki Tablo 4.1, çalışmaya katılan öğretmen ve öğretmen adaylarının, altı farklı MÖF durumuna verdikleri tepkilerin üç fark etme bileşeni açısından (Dikkat Etme, Yorumlama, Karşılık Verme) değerlendirilmesini göstermektedir. Kodlama sürecinde Jacobs vd. (2010) çerçevesi temel alınmış ve her bileşen için verilen yanıtlar “1: yetersiz kanıt”, “2: sınırlı kanıt” ve “3: güçlü kanıt” olacak şekilde derecelendirilmiştir.

Tablo 4.1: Katılımcıların MÖF'lere verdikleri tepkilerin fark etme bileşenlerine göre dağılımı.

Katılımcı	SENARYO 1									SENARYO 2								
	MÖF 1			MÖF 2			MÖF 3			MÖF 4			MÖF 5			MÖF 6		
	Dikkat Etme	Yorumlama	Karşılık Verme	Dikkat Etme	Yorumlama	Karşılık Verme	Dikkat Etme	Yorumlama	Karşılık Verme	Dikkat Etme	Yorumlama	Karşılık Verme	Dikkat Etme	Yorumlama	Karşılık Verme	Dikkat Etme	Yorumlama	Karşılık Verme
ÖA1	2	2	2	1	1	1	3	3	2	3	3	3	2	2	1	3	3	3
ÖA2	1	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
ÖA3	1	1	1	1	1	1	2	2	2	1	1	1	3	3	3	2	2	1
ÖA4	2	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	1	1	1	1	1	1	1
OÖ1	3	3	1	3	3	3	3	3	3	2	2	1	2	2	1	1	1	1
OÖ2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	3	3	3	3	3
LÖ1	3	3	1	1	1	1	3	3	3	2	1	1	2	2	1	1	2	1
LÖ2	2	1	2	1	1	1	3	2	1	3	3	3	3	3	3	2	2	1
OÖ3	3	3	1	3	3	3	3	3	3	2	2	1	3	3	3	3	3	3
OÖ4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1	1	2	2	2
LÖ3	3	2	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
LÖ4	1	2	1	1	2	1	3	3	3	2	2	1	1	1	1	1	1	1

Tablo genel olarak incelendiğinde, katılımcıların fark etme bileşenlerinde farklı düzeylerde performans sergilediği görülmektedir. Hem öğretmenler hem de öğretmen adayları, bazı MÖF durumlarında güçlü açıklamalar sunarken, bazı durumlarda yüzeysel ve yetersiz kalmıştır. Bu durum, fark etme becerilerinin yalnızca deneyim süresiyle açıklanamayacağını, bağlama, bireysel yatkınlıklara ve pedagojik hassasiyete bağlı olarak değişebileceğini göstermektedir.

Literatürde sıklıkla öğretmenlik deneyiminin fark etme becerilerini olumlu yönde etkilediği belirtilse de (Jacobs vd., 2010; van Es ve Sherin, 2008), bu çalışmanın bulguları bu görüşü desteklemez niteliktedir. Bazı öğretmen adaylarının (örn. ÖA1, ÖA3) birden çok MÖF durumunda güçlü dikkat etme ve yorumlama düzeyinde performans sergilediği; buna karşılık bazı deneyimli öğretmenlerin (örn. OÖ4, LÖ4) sıklıkla 1 düzeyinde tepkiler verdiği görülmüştür.

Bu durum, öğretmenlik deneyiminin fark etme becerilerine katkı sağlasa da, bireysel farkındalık, pedagojik formasyon süreci, öğrenci merkezli bakış açısı gibi etkenlerin bu becerilerin gelişiminde en az deneyim kadar önemli olduğunu göstermektedir. Ayrıca fark etme sürecinin yalnızca "dikkat etmek" ile sınırlı kalmayıp, yorumlama ve karşılık verme aşamalarında da kapsamlı pedagojik bilgi ve esneklik gerektirdiği, bu yönüyle deneyimli bazı öğretmenlerin de zorlandığı anlaşılmaktadır.

ÖA1 kodlu öğretmen adayının performansı incelendiğinde, MÖF durumlarına yönelik olarak dikkat etme, yorumlama ve karar verme boyutlarında hem güçlü hem de sınırlı kanıtlar sunduğu gözlemlenmiştir. Yapılan görüşmelerde, katılımcının ilköğretim matematik öğretmenliği lisans eğitimi almasının yanı sıra çeşitli sınıf düzeylerinde özel ders deneyimine sahip olduğu anlaşılmıştır. Katılımcının staj döneminde ve özel ders uygulamalarında, öğretim

sürecinde kavramsal öğrenmeye öncelik verdiği ve öğrencilerin konuyu anlama düzeylerini gözlemleyerek değerlendirdiği tespit edilmiştir.

"Aslında alanım zaten ilköğretim matematik olduğu için stajımı ortaokulda yapıyorum. Ortaokulda da yine yedinci sınıfların gözlem derslerini yapıyoruz işte ders anlatımları yapıyoruz. Ben bir de özel dersler veriyorum 5-11. sınıf aralığında."

"Öğrencinin konuyu anlayıp anlamadığı ders esnasında çok belli oluyor sanki. Çoğu zaman öğrenci anladım dese de tekrardan somutlaştırarak anlatıyorum. Kavramsal öğrenmeye aslında değinmeye çalışıyorum. Mesela "Bütün sayıların sıfırıncı kuvveti 1'dir." ama neden böyle işte onun örneklerini vermeye öğrencide somutlaştırmaya çalışıyorum. Sonrasında zaten sorulardan, ödevlerden, pekiştirmelerden belli oluyor öğrencinin konuyu anlayıp anlamadığı."

Bu bulgular, katılımcının öğrenci düşüncesini analiz etmede görece başarılı olduğunu, uygulama deneyimlerinin gözlem becerilerini olumlu yönde etkilediğini, kavramsal öğrenmeye verdiği önemin yorumlama süreçlerine yansıdığını göstermektedir.

Ancak, karar verme aşamasında sınırlı kanıt sunması, gözlem ve yorumlarını etkili pedagojik müdahaleye dönüştürmede bazı zorluklar yaşadığına işaret etmektedir. Bu durum, öğretmen adaylarının teorik bilgiyi pratik uygulamalarla bütünleştirme sürecinde yaşadığı tipik bir gelişim aşaması olarak değerlendirilebilir.

6 yıllık deneyime sahip OÖ4 kodlu ortaokul matematik öğretmeninin MÖF durumlarına ilişkin performansı incelendiğinde, dikkat etme, yorumlama ve karar verme boyutlarının tamamında yetersiz ve sınırlı kanıtlar sunduğu, hiçbir yanıtında güçlü kanıt içermediği tespit edilmiştir. Yapılan derinlemesine görüşmelerde, katılımcının özel sektörde grup ve birebir dersler verirken kurum politikaları doğrultusunda hazırlanan müfredat ve kaynaklara bağlı kaldığı, öğretim içeriğine kişisel pedagojik katkılarının sınırlı olduğu anlaşılmıştır.

"Öğrencinin anlayıp anlamadığını gözlemleyerek görüyorum. Bazı öğrencilerin gözü parlıyor. Yani "Evet ben anladım" diyor. Mesela örnek konuyu anlattınız, soruyu çözdünüz. Yeni soru sorduğunuzda öğrenci defterine yaparken ya da kafasında soru çözerken gözünden anlarsınız, defterine çözmeye çalışır."

"Konu anlatımında sınıfta genelde kurumların kendi gittikleri bir kitap var. Onların üzerinden tamamen kuruma bağlı bir şekilde gitmek zorunda kalıyorsunuz. Çünkü onlar diyor ki bu kadar ne anlatacaksın. Tabii ki biz ek bilgiler veriyoruz. Onların belki föyünde eksik gördüğümüz veya fazla gördüğümüz noktalarda kesiyoruz ama yani o biraz sınırlandırdığı için açıkçası bence öğretmen biraz daha özgür olmalı bu konuda."

Katılımcının öğrenci anlama düzeyini değerlendirme yaklaşımı incelendiğinde, öğrenme çıktılarını yalnızca yüzeysel göstergelerle ("gözlerin parlaması", sözel onay ifadeleri) değerlendirmesi bireysel farklılıklardan ziyade "anlayan öğrenciler" üzerinden genel yargılara

varması, kurumsal kısıtlamaları ("Belki föyünde eksik gördüğümüz noktalarda kesiyoruz") pedagojik kararlarının önüne koyması durumları gözlemlenmiştir. Katılımcının ifadeleri ("öğretmen biraz daha özgür olmalı"), mesleki özerkliğin kısıtlanmasının öğretim uygulamalarını olumsuz etkilediği yönündeki farkındalığını göstermekle birlikte, bu durumun öğrenci düşüncesini derinlemesine analiz etme becerilerinin gelişimini engellediği değerlendirilmektedir. Bu bulgular ışığında standart müfredat uygulamalarının öğretmenlerin fark etme becerilerini sınırlandırdığı, kurumsal kısıtlamaların pedagojik yaratıcılığı baskıladığı, öğrenci anlama düzeyinin yüzeysel göstergelerle değerlendirilmesinin yetersiz kaldığı sonuçlarına varılmıştır. Bu bulgular, kurumsal kısıtlamaların öğretmenlerin fark etme becerilerini sınırlandırdığını göstermekle birlikte, tersinden düşünüldüğünde öğrenci merkezli yaklaşımları benimseyen kurum politikalarının öğretmenlerin dikkat etme, yorumlama ve karar verme düzeylerini geliştirebileceği öngörülebilir.

Çalışma kapsamında yer alan MÖF durumları, öğretim kademesi temelinde sınıflandırıldığında üçü (MÖF 1, MÖF 2, MÖF 3) lise düzeyinde, üçü (MÖF 4, MÖF 5, MÖF 6) ise ortaokul düzeyinde tasarlanmıştır. Katılımcı öğretmenlerin branş alanları da bu doğrultuda ayrılmıştır: “L” ile kodlanan öğretmenler lise, “O” ile kodlanan öğretmenler ise ortaokul düzeyinde görev yapmaktadır. Bu yapı, öğretmenlerin kendi öğretim düzeylerine ait senaryolarda gösterdikleri fark etme ve yorumlama düzeylerinin, branş bağlamına ne ölçüde duyarlı olduğunu incelemeye olanak tanımıştır.

Tablo 4.1'deki fark etme puanları incelendiğinde, lise öğretmenlerinin genel olarak lise düzeyine ait MÖF durumlarında; ortaokul öğretmenlerinin ise ortaokul düzeyine ait durumlarda daha güçlü açıklamalar sunduğu ve daha derinlemesine pedagojik yorumlar yaptığı gözlemlenmiştir. Örneğin, lise öğretmenlerinden LÖ1 ve LÖ4, MÖF 1 ve MÖF 3 gibi lise düzeyindeki senaryolarda güçlü kanıtlar sunmuştur. Benzer biçimde, ortaokul öğretmenlerinden OÖ2 ve OÖ4 ise özellikle MÖF 5 ve MÖF 6 durumlarında MÖF 1, MÖF 2 VE MÖF 3 durumlarına kıyasla fark etme becerilerinin daha gelişmiş olduğu görülmektedir.

Bu durum, öğretmenlerin kendi branş seviyelerine ait içeriklere ve öğrenci profiline daha aşina olmalarının, öğrencinin düşünce biçimlerini daha hızlı fark etmelerine ve yorumlamalarına olanak tanıdığı şeklinde yorumlanabilir. Bu bağlamsal aşinalık, öğretmenlerin öğrenci stratejilerini daha gerçekçi değerlendirmelerine, daha isabetli pedagojik çıkarımlarda bulunmalarına ve öğretim kararlarını daha sağlam gerekçelere dayandırmalarına katkı sağlamaktadır.

Ancak dikkat çeken bir diğer unsur ise bu eğilimin tüm katılımcılarda mutlak biçimde görülmemesidir. Örneğin, ortaokul öğretmeni olan OÖ1, kendi düzeyine ait MÖF6 durumunda yetersiz kanıt sunarken, lise düzeyindeki MÖF 2 ve MÖF 3 senaryosunda daha nitelikli bir yorumda bulunabilmiştir. Benzer şekilde, lise öğretmeni olan LÖ1, kendi düzeyine ait bir senaryoda sınırlı açıklamalar yaparken ortaokul senaryosuna daha derinlemesine tepki verebilmiştir. Bu örnekler, bireysel pedagojik duyarlılık, öğrenme tecrübeleri ve öğretmen adayının fark etme becerisindeki bireysel farklılıkların da önemli bir değişken olduğunu göstermektedir.

Sonuç olarak, çalışma sınırlı sayıda katılımcıyla yapıldığı için bu gözlemin genellenebilirliği değil, bağlamsal bir eğilim olarak tartışılması amaçlanmakla birlikte öğretmenlerin kendi branş düzeylerine ait senaryolarda daha güçlü performans sergileme eğiliminde oldukları, ancak bu eğilimin bireysel farklılıklar nedeniyle tam bir genellemeye dönüşmeyecek kadar esnek olduğu söylenebilir. Bu bulgu, öğretmen eğitiminde bağlamsal içeriklerin ve kademeye özgü öğrenci örneklerinin kullanımının önemini bir kez daha ortaya koymaktadır.

4.2. MÖF DURUMUNA DİKKAT ETME ve KARŞILIK VERME

Öğrenci düşüncelerine yönelik fark etme becerisinin yalnızca gözlem ve yorumlamayla sınırlı kalmadığı, aynı zamanda öğretimsel karar alma süreçlerini de kapsadığı literatürde sıklıkla vurgulanmaktadır (Jacobs, Lamb ve Philipp, 2010; Sherin ve van Es, 2009). Bu bağlamda, öğretmenlerin matematiksel olarak önemli pedagojik fırsatlara yönelik farkındalıkları ve bu fırsatlara verdikleri pedagojik tepkiler, etkili öğretimin belirleyici unsurlarındandır. Öğretmenlerin yalnızca bir yanılgıyı ya da stratejiyi fark etmeleri değil, aynı zamanda bu durumu bir öğrenme fırsatına dönüştürüp dönüştüremedikleri pedagojik yeterliklerinin önemli bir göstergesidir (Leatham ve ark., 2015).

Bu bölümde, araştırmada kullanılan senaryo temelli görüşmelerde öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının tanımlanmış MÖF durumlarına nasıl tepki verdikleri ve bu durumlara ne ölçüde dikkat ettikleri sistematik olarak analiz edilmektedir. İnceleme sürecinde, katılımcıların yalnızca MÖF'ü fark edip etmediği değil, bu fark edişin derinliği ve pedagojik anlamlandırma düzeyi de dikkate alınmıştır.

Öncelikle, katılımcıların MÖF durumlarını fark edip etmediklerine ilişkin bulgulara yer verilmiş; ardından bu durumlara verdikleri tepkilerin niteliği detaylı olarak incelenmiştir. Pedagojik tepkiler, Doğan ve Kılıç (2019) tarafından önerilen sınıflandırma çerçevesi

doğrultusunda "doğru yanıt odaklı" ve "matematiği anlama odaklı" olmak üzere iki ana kategori altında değerlendirilmiştir.

4.2.1. MÖF Durumuna Dikkat Etme

Bu bölümde, katılımcıların senaryo temelli etkinlikler sırasında öğrencilerin matematiksel düşüncelerinde ortaya çıkan anlamlı pedagojik fırsatlara dikkat edip etmedikleri incelenmiştir. Veriler, katılımcıların bazı MÖF durumlarını fark edebildiğini, bazılarını ise göz ardı ettiğini göstermektedir. Özellikle öğrencilerin cevabındaki hata ya da alternatif düşünceyi fark etmek, pedagojik bir fırsat olarak değerlendirilmiş; ancak bu fırsatların bazı katılımcılar tarafından fark edilmediği ve dolayısıyla öğretimsel bir adıma dönüştürülemediği gözlemlenmiştir. MÖF durumuna dikkat eden katılımcıların yanıtları "MÖF Durumuna Karşılık Verme" başlığı altında değerlendirilmiş, bu bölümde MÖF Durumuna Dikkat Etmeyen katılımcıların yanıtları (MÖF kaçırıldı) ele alınmıştır.

Özellikle öğretmen adayları, öğrenci düşüncesindeki kritik anları ya tamamen göz ardı etmiş ya da yanlış yorumlayarak doğrudan düzeltme yoluna gitmiştir. Örneğin, bir katılımcı (ÖA2), öğrencinin yanıtındaki MÖF durumunu "sorunun yanlış anlaşılması" olarak yorumlamış ve öğrencinin düşünme sürecini sorgulamak yerine soruyu yeniden anlatmayı tercih etmiştir.

Araştırmacı: Farklı bir öğrenci de diyor ki, a.b olarak düşününce de a=1 oluyor. b=2 olmak zorunda c=3 olmak zorunda diyor. Burada nasıl düşünmüş olabilir sizce bu öğrenci?

ÖA2: Orda yanlış düşünmüş, öyle bir şey yok. Yani ilk öğrencinin düşüncesi normal o düşünebilir ama Öğrenci 2 biraz yanlış düşünmüş. Ne düşündüğünü anlayamadım bile. Hoca da "a 1'den farklı değerler olabilir 1 olmak zorunda değil." demiş. Öğretmenin cevap da yanlış bence. Çünkü öğrenci soruyu anlamamış. Öğrenciye soruyu anlatması gerekiyor.

Araştırmacı: Yani siz öğretmenden olsaydınız ne yapardınız, nasıl bir karşılık verirdiniz?

ÖA2: Evet, soruyu bir netleştirirdim. Buranın rakam değil, a.b nin 24. Aşağıda da a.b.c çarpımının olduğunu. Bunları çözümlemeleri gerektiğini söylerdim. Öğrenci 2'nin kafa karışıklığı kalkardı en azından. Öğrenci 1 de yaptığı, açıklama gibi şeyde de yapabilirdi. Öğrenci 2'de de yapabilirdi gayet. Tek sorun çünkü bir sayısı değil, onu demeye çalışıyorum.

Araştırmacı: Yani burada biz yeniden soruyu açıklardık öğrencimize ve anlamasını sağlardık diyorsunuz.

ÖA2: Aynen öyle.

Şekil 4.1: ÖA2 “MÖF durumuna dikkat etme” diyaloğu.

ÖA2 kodlu öğretmen adayı, öğrencinin "a.b=24 ve a.b.c=18" verilerinden hareketle "a=1, b=2, c=3" sonucuna nasıl ulaştığını analiz etmek yerine ("Öğrenci 2 biraz yanlış düşünmüş. Ne düşündüğünü anlayamadım bile" – Satır 4), doğrudan hatayı vurgulayarak öğrencinin akıl yürütme sürecini göz ardı etmiştir. Bu durum, öğrencinin değişkenler arası ilişkiyi kavrayamamasından kaynaklanan bir kavram yanılgısı olabilir. Ancak ÖA2, bunu bir öğrenme fırsatına dönüştürmek yerine, sorunun "yanlış anlaşıldığı" sonucuna varmıştır (Satır 6). ÖA2'nin tepkisi ("soruyu netleştirirdim" – Satır 8), öğrencinin düşüncesini ortaya çıkarmaya yönelik sorgulama (örneğin, "Bu sonuca nasıl ulaştın?") yapmadan, doğru çözümü sunmaya odaklanmıştır. Jacobs vd. (2010) çerçevesine göre: Bu, "algılama" (noticing) ve "yorumlama" (interpreting) aşamalarının atlanıp doğrudan "tepki verme"ye geçilmesinin tipik bir örneğidir. Bu diyalog, Leatham vd. (2015)'in belirttiği gibi, öğretmen adaylarının, öğrenci hatalarını "düzeltilmesi gereken sonuçlar" yerine "anlamaya çalışılması gereken düşünme süreçleri" olarak görmekte zorlandığını, matematiksel olarak anlamlı noktaları (MN) tanımlamakta yetersiz kaldığını ortaya koymaktadır.

Öğretmen adayı ÖA2'nin ders işleme pratikleri incelendiğinde, öğretim yaklaşımının büyük ölçüde geleneksel anlatım yöntemine dayandığı görülmektedir. Kendi ifadelerine göre, derslerde konuyu anlatmakta ve öğrencilerin sorularını cevaplamaktadır.

> *"Stajda sınıfta ders yaparken şu şekilde oluyor. Konuyu anlatıyorum tahtada. Her öğrencinin anlama düzeyi aynı değil tabi. Sorulan soruları cevaplıyorum. Bazı öğrencilerde konu eksik kaldığını hissediyorsam. Onlar teneffüste yanıma geliyor zaten onlara da ek çalışma veriyorum."*

Öğrencilerin anlama düzeylerini değerlendirme sürecinde pasif bir tutum sergilediği dikkat çekmektedir. Örneğin, "Bazı öğrenciler konunun eksik kaldığını hissediyorsa teneffüste yanıma geliyor, onlara ek çalışma veriyorum" şeklindeki ifadesi, öğrenme eksikliklerini tespit etmek için öğrencilerin inisiyatif almasını beklediğini göstermektedir. Bu durum, özellikle düşük akademik özgüvene sahip veya çekingen öğrencilerin ihtiyaçlarının gözden kaçmasına neden olabilecek bir yaklaşımdır.

> *"Konuyu anlayıp anlamadıkları belli oluyor. Yani şu şekilde oluyor, bir soru sorduğunda mesela tahtaya sırayla öğrencileri kaldırmayı severim. Ben atıyorum, 8 öğrencim var, 8 tane soru yazıyorum. Tahtaya herkes diyorum sırayla. Soruları da bir düzeyde tutuyorum. Yani farklı farklı sorular sormuyorum. Orada yapamadıklarında zaten direk otomatik olarak anlıyorum."*

ÖA2, öğrencilerin konuyu anlayıp anlamadığını değerlendirmek için tahtaya kaldırma ve benzer sorular sorma yöntemini kullandığını belirtmiştir. Bu yöntem, yüzeysel bir değerlendirme sağlasa da, öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerini derinlemesine analiz etme konusunda yetersiz kalmaktadır. Örneğin, "8 öğrenciye 8 soru yazıyorum... Yapamadıklarında anlıyorum" ifadesi, öğrencilerin hatalarını yanlış cevap verme üzerinden değerlendirdiğini, ancak bu hataların altında yatan kavramsal yanılgıları sorgulamadığını ortaya koymaktadır. Bu yaklaşım, öğrencilerin alternatif çözüm yollarını veya yaratıcı düşünme süreçlerini gözden kaçırmasına neden olabilir.

ÖA2'nin öğrenci hatalarına yaklaşımı, "düzeltme odaklı" bir öğretim anlayışını yansıtmaktadır. Veriler, katılımcının öğrencilerin hatalarını birer öğrenme fırsatı olarak görmek yerine, anlatımın yetersizliği olarak yorumladığını göstermektedir. Örneğin, öğrencinin "a.b=24 ve a.b.c=18" verilerinden "a=1, b=2, c=3" sonucuna ulaşmasını, sorunun yanlış anlaşılması olarak değerlendirmesi ve doğrudan konuyu yeniden anlatma yoluna gitmesi, onun öğrenci düşüncesini anlama aşamasını atladığını göstermektedir. Bu durum, Jacobs vd. (2010) tarafından önerilen "fark etme-yorumlama-tepki verme" sürecinin ilk iki aşamasının eksik kaldığının tipik bir örneğidir.

ÖA2'nin pedagojik pratikleri, öğretmen adaylarının öğrenci merkezli öğretim becerilerini geliştirmeleri gerektiğini ortaya koymaktadır. Özellikle, öğrencilerin matematiksel düşüncelerini derinlemesine analiz etme ve hataları birer öğrenme fırsatı olarak değerlendirme konusunda desteklenmeleri önemlidir. Öğretmen adaylarının, öğrencilerin düşünme süreçlerini ortaya çıkarmak için "Bu sonuca nasıl ulaştın?", "Burada hangi stratejiyi kullandın?" gibi sorgulayıcı sorular sorma alışkanlığı kazanmaları gerekmektedir. Ayrıca, öğrencilerin anlama düzeylerini değerlendirmek için çeşitli ve açık uçlu sorular kullanmaları, pedagojik fırsatları kaçırma olasılıklarını azaltacaktır.

Bu bulgular, öğretmen adaylarının fark etme becerilerinin (Sherin vd., 2011) ve öğrenci düşüncesini analiz etme yetkinliklerinin geliştirilmesinin önemini vurgulamaktadır. AÖ2 örneği, geleneksel öğretim yöntemlerinin ötesine geçemeyen adayların, öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerini anlamakta zorlandıklarını göstermektedir. Bu nedenle, öğretmen eğitimi programlarında, öğrenci hatalarını birer öğrenme fırsatı olarak gören ve öğrenci düşüncesini merkeze alan pedagojik yaklaşımların desteklenmesi kritik bir ihtiyaçtır.

4.2.2. MÖF Durumuna Karşılık Verme

Katılımcıların yalnızca MÖF'ü fark etmeleri değil, aynı zamanda bu fırsatlara nasıl karşılık verdikleri de pedagojik yeterliklerini değerlendirmek açısından önem taşımaktadır. Bu başlık altında, öğretmen ve öğretmen adaylarının MÖF durumlarına yönelik verdikleri tepkiler incelenmiştir. Veriler, bazı katılımcıların MÖF'ü fark ettikten sonra pedagojik olarak anlamlı tepkiler geliştirebildiğini; bazı katılımcıların ise MÖF'ü fark etmiş olmasına rağmen bu durumu etkili bir öğretimsel stratejiye dönüştüremediğini göstermektedir.

MÖF'e etkili şekilde karşılık veren katılımcılar genellikle öğrencinin düşüncesini derinlemesine ele alarak, açıklamalarında kavramsal netliğe önem vermiş ve öğrencinin düşünme biçimini zenginleştirmeye dönük müdahalelerde bulunmuştur.

4.2.2.1. Öğrenciye Doğru Yanıt Odaklı Karşılık Verme

Bazı katılımcılar, öğrencilerin hatalı ya da eksik düşüncelerini fark etmiş olsalar da bu durumları pedagojik açıdan zenginleştirme fırsatı olarak değerlendirmemiştir. Aksine, öğretim sürecini yalnızca öğrenciyi doğru cevaba ulaştırmak amacıyla yönlendirmişlerdir. Bu tür tepkiler, öğretmenin fark etme becerisinin sınırlı bir düzeyde kaldığını ve fark edilen MÖF'ün yalnızca doğruyu gösterme amacıyla kullanıldığını göstermektedir.

Bu bağlamda, katılımcı tepkileri üç alt düzeyde sınıflandırılmıştır:

0: Bildirim: Bu düzeyde katılımcı, yalnızca öğrencinin cevabının yanlış olduğunu belirtmekte, herhangi bir açıklama ya da yönlendirme sunmamaktadır. Öğrencinin neyi neden yanlış yaptığına dair bir çözümleme yapılmadığı gibi, hatanın düzeltilmesi süreci de desteklenmemektedir. Bu durum öğretim sürecini durağanlaştırmakta ve öğrenme fırsatlarını sınırlandırmaktadır. Ancak bu çalışmada yer alan katılımcıların hiçbirinin yalnızca hatayı belirtmekle yetindiği, yani "bildirim" düzeyinde kaldığı bir örneğe rastlanmamıştır. Bu durum, katılımcıların genel olarak öğrencinin yanıtına pasif bir biçimde tepki vermek yerine, en azından açıklama veya yönlendirme yoluyla öğretim sürecine müdahil olduklarını göstermektedir. Dolayısıyla, her ne kadar bazı tepkiler öğrenme fırsatlarını tam anlamıyla değerlendirmemiş olsa da katılımcıların öğretimsel iletişimde tamamen yüzeysel bir düzeyde kalmadıkları söylenebilir.

1: Açıklama: Bu düzeyde katılımcı, doğrudan çözümü kendisi sunmaktadır. Bu durumda öğrencinin düşünce süreciyle ilgilenilmeden, doğru yanıtın ne olduğuna odaklanılmaktadır. Öğrencinin kendi hatasını fark etmesi ve anlamlı bir öğrenme gerçekleştirmesi bu şekilde engellenebilmektedir.

2: Yönlendirme: Bu düzeyde katılımcı, öğrencinin doğru yanıtı bulmasına yardımcı olmayı amaçlamakta ancak bu yönlendirme genellikle yüzeysel düzeyde kalmaktadır. Katılımcılar ya kısa, teyit edici, kapalı uçlu sorular sormakta (örneğin: "..., öyle değil mi?"), ya da öğrenciye yalnızca yeniden düşünmesini ya da çözümü tekrar yapmasını söylemektedir. Bu tür yönlendirmeler pedagojik olarak zayıf niteliktedir, çünkü öğrencinin düşünsel süreci derinleştirilmeden yalnızca cevaba ulaşması beklenmektedir. Bu tür tepkiler, öğretmenlerin MÖF'ü fark etmesine rağmen bu fırsatları öğrenme kazanımlarına dönüştürecek nitelikte değerlendiremediklerini göstermektedir. Aşağıda, açıklama ve yönlendirme düzeylerine ait katılımcı örneklerine yer verilmiştir.

Araştırmacı: Öğrenci 2 de yani farklı bir öğrenci de diyor ki, a.b olarak düşününce de a=1 oluyor. b=2 olmak zorunda c=3 olmak zorunda diyor. Yine olmadı diyor. Burada öğrenci nasıl düşünmüş olabilir ve öğretmenin yerinde siz olsaydınız nasıl bir dönüş yapardınız?

ÖA1: Burada öğrenci a=1 olursa b=2 olmak zorunda diyor. Bunu yani bu tarz bir kavram yanılgısıyla daha önce karşılaşmadım galiba. Hani öğrencinin hatasını da çok anlamlandıramadım açıkçası

Araştırmacı: Peki sınıftasınız ve öğrenci böyle bir şey sordu. Ne yaparsınız o anda?

ÖA1: Naparım? Çarpanlarını yani 24 ve 18'in çarpanlarını yazarım. Dediğim gibi yine en kolaydan anlatmaya başlarım diyebilirim.

Araştırmacı: Nasıl bir anlatım yaparsınız?

ÖA1: Hani böyle detay olacak şekilde işte 24'ün çarpanları 1-24, 2-12, işte 3-8, 4-6 c'nin çarpanları aynı şekilde benzer şekilde yazıp hani tüm senaryoların farkında olacak şekilde öğrencilere bir anlatım yaparım. Böylece doğru sonuca ulaşırız.

Şekil 4.2: ÖA1 "Doğru yanıt odaklı karşılık verme" diyaloğu.

ÖA1 kodlu öğretmen adayının yaklaşımı, öğrencinin matematiksel düşüncesini anlamak yerine doğru çözüm prosedürünü aktarmaya odaklanması açısından tipik bir "Açıklama" örneği sunmaktadır. Bu durum, Doğan ve Kılıç (2019)'ın sınıflandırmasında yer alan "Açıklama (Kendisi veya bir öğrenci, çözümü veya takip edilmesi gereken yolu söylüyor/açıklıyor)" kategorisine uymaktadır. ÖA1, öğrencinin "a=1 olursa b=2 ve c=3 olmak zorunda" şeklindeki ifadesini bir "kavram yanılgısı" olarak tanımlayamamıştır (Satır 5-7). Oysa burada öğrenci, değişkenlerin sabit değerler alması gerektiği yönünde bir yanılgıya düşmüş alfabe ile bire bir

eşleme yapmıştır. Öğrencinin neden bu sonuca ulaştığını sorgulamak yerine doğrudan çözüm yolunu anlatmaya geçmiştir (Satır 9-14). ÖA1'in tepkisi ("24 ve 18'in çarpanlarını yazarım" – Satır 9), öğrencinin düşünme sürecini ortaya çıkarmaya yönelik bir strateji içermemektedir. Jacobs vd. (2010) çerçevesine göre: Bu, "algılama" (noticing) ve "yorumlama" (interpreting) aşamalarını atlayarak, doğrudan "açıklama" ile tepki vermenin bir örneğidir. ÖA1'in yaklaşımı, "Doğru yanıt odaklı" karşılık verme davranışının sınırlılıklarını yansıtmaktadır. Bu sınırlılıkları öğrenci düşüncesini merkeze almama, kavramsal hataları derinlemesine incelemek yerine prosedürel çözüm sunma, MÖF'leri pedagojik bir fırsata dönüştürememe şeklinde sıralayabiliriz.

Katılımcının bu tutumu, daha önceki görüşmelerdeki ifadeleriyle tutarlılık göstermektedir. Kendi ifadesiyle:

> *"Öğrencinin seviyesi iyi veya çok iyi veya kötü fark etmeksizin konuyu sıfırdan anlatırım... Çoğu zaman öğrenci anladım dese de tekrardan somutlaştırarak anlatıyorum. Kavramsal öğrenmeye aslında değinmeye çalışıyorum... Sonrasında zaten sorulardan, ödevlerden, pekiştirmelerden belli oluyor öğrencinin konuyu anlayıp anlamadığı"*

Bu sözler, onun detaylı anlatıma verdiği önemi göstermekle birlikte, öğrenci düşüncesini anlamaktan ziyade içerik aktarımına odaklandığını da ortaya koymaktadır. Özellikle "öğrenci anladım dese de tekrardan somutlaştırarak anlatıyorum" ifadesi, öğrenci anlayışını yeterince sorgulamadığını göstermektedir.

ÖA1'in MÖF durumlarında öğrenciye sorular sormak yerine tekrar detaylı açıklama yapmayı tercih etmesi, onun öğretim yaklaşımının temel bir sınırlılığını ortaya koymaktadır. Katılımcı, kavramsal öğrenmeye önem verdiğini belirtse de, bu öğrenmeyi kendi anlatımları yoluyla sağlamaya çalışmakta, öğrencinin aktif katılımını ve düşünme süreçlerini ortaya çıkarmayı ikinci plana atmaktadır. Bu durum, öğretmen adaylarının sıklıkla karşılaştığı bir ikilemi yansıtmaktadır: İyi niyetle kavramsal anlamayı vurgularken bile, öğrenci merkezli pedagojik stratejileri uygulamakta zorlanabilmektedirler.

Öğretmen adayının öğrenci anlayışını değerlendirme yöntemi de ("sorulardan, ödevlerden, pekiştirmelerden belli oluyor") bu sınırlılığı destekler niteliktedir. Öğrenci düşüncesini derinlemesine analiz etmek yerine, çoğunlukla sonuç odaklı değerlendirmeler yapması, pedagojik fırsatları kaçırmasına neden olmaktadır. Bu bulgular, öğretmen eğitiminde yalnızca içerik bilgisinin değil, öğrenci düşüncesini anlama ve yorumlama becerilerinin de sistematik olarak geliştirilmesi gerektiğini göstermektedir.

Araştırmacı: Şimdi burada Öğrenci 2 de diyor ki ama a=1, b=2, c=3 olmak zorunda diyor ve yine olmadığını söylüyor. Yine burada öğrenciye nasıl karşılık verirdiniz hocam?
LÖ2: Öğrencinin sorusunu anlamadım çünkü öğrenci "a.b olarak düşününce de yanlış oluyor." diyor. a=1 olursa b=2 olmak zorunda. Niye 1.2=2. 24 değil ki, öğrenci nasıl düşünüyor acaba? "Aşağıda da a=1 ise c=3 olmak zorunda." Yoo 1.3=3 nasıl düşünmüş?
Araştırmacı: Bu durumla derste karşılaştığınızda ne yaparsınız hocam?
LÖ2: Bu öğrenciye şöyle. Neden böyle düşündüğü üzerine giderim. Birlikte bakarız. "a.b olarak düşünürsek a.b=24 olması lazım. Hadi gel beraber a'yı silelim a'nın yerine 1 koyalım, b'yi silelim, b'nin yerine 2 koyalım. Bak bakalım 1.2 kaçtır? 2'dir, 24 değildir. Hadi bir daha deneyelim. Mesela a=2 verelim, 4 verelim, 8 verelim" gibi 24'ü bir şekilde bulundurmaya çalışırım. Böyle yardımcı olarak ilerlerim. Evet hocam yani böyle anlatırdım. Tek tek silip yerine koyarak doğru değerleri bulurduk birlikte.

Şekil 4.3: LÖ2 "Doğru yanıt odaklı karşılık verme" diyaloğu.

LÖ kodlu 7 yıllık lise öğretmeninin, öğrencinin düşünme sürecini anlamaya çalışması ve adım adım yönlendirme yapması açısından "Yönlendirme" kategorisine uygun bir örnek teşkil etmektedir. Bu durum, Doğan ve Kılıç (2019)'ın sınıflandırmasında yer alan "Yönlendirme (Öğrencinin doğru yanıta ulaşmasını sağlamaya çalışıyor)" kategorisiyle örtüşmektedir. LÖ2, öğrencinin "a=1, b=2, c=3 olmak zorunda" şeklindeki ifadesindeki tutarsızlığı fark etmiş ve öğrencinin nasıl bu sonuca ulaştığını anlamaya çalışmıştır (Satır 4-7). Bu durum, öğrenci düşüncesine odaklanma açısından olumlu bir adımdır. Ancak, öğrencinin neden bu şekilde düşündüğünü derinlemesine sorgulamak yerine, doğru yanıta ulaşmak için adım adım yönlendirme yapmıştır (Satır 10-13). LÖ2, öğrenciye "a=1, b=2" değerlerini deneyerek sonucun 24 olmadığını göstermiş ve farklı değerler denemeye teşvik etmiştir (Satır 10-12). Bu yaklaşım, öğrencinin kendi hatasını görmesini sağlamak açısından etkilidir. LÖ2, öğrencinin hatasının temelinde yatan "değişkenlerin sabit değerler alması gerektiği" yönündeki yanılgıyı açıkça vurgulamamıştır. Bunun yerine, doğru değerleri bulmaya yönelik pratik bir yöntem sunmuştur. LÖ2'nin yaklaşımı, "Yönlendirme" düzeyinde doğru yanıt odaklı bir karşılık verme örneği sunmaktadır. Bu durum, şu noktaları ortaya koymaktadır: Öğrenci düşüncesini anlama çabası

olumlu bir adımdır, ancak derinlemesine sorgulama eksikliği vardır. Adım adım yönlendirme, öğrencinin hatasını görmesini sağlar, ancak kavramsal yanılgıyı tam olarak çözmez. Matematiksel derinlik ve kavramsal vurgu eksikliği, öğrencinin yanılgısını tam olarak anlamasını engelleyebilir. Bu örnek, öğretmenlerin MÖF'leri değerlendirirken yönlendirme stratejilerini nasıl uyguladıklarını gösteren bir örnektir diyebiliriz.

4.2.2.2. Matematiği Anlama Odaklı Karşılık Verme

Bu düzeyde verilen pedagojik tepkiler, öğrencinin düşünme sürecini anlamaya ve bu süreç üzerinden matematiksel olarak derinleşmesini sağlamaya yöneliktir. Katılımcılar, yalnızca doğru cevabı hedeflemenin ötesine geçerek öğrencinin nasıl düşündüğünü anlamaya çalışmakta ve öğrenci düşüncesini açığa çıkarmaya yönelik stratejiler kullanmaktadır. Bu stratejiler kapsamında öğretmenler, öğrencilerin kavrayış düzeylerini ortaya koymalarını sağlayacak açık uçlu sorular sormakta, öğrencinin ifade ettiklerini dikkate alarak süreci yönlendirmektedir. Bu bağlamda iki alt kategori kullanılmıştır:

3: Ortaya Çıkarma: Bu düzeyde öğretmen, öğrencinin matematiksel düşüncesini ortaya çıkarmaya çalışmakta; "neden", "nasıl", "niçin" gibi sorularla öğrencinin gerekçelerini açıklamasını teşvik etmektedir. Ancak öğretmenin bu süreci tam olarak sonuca ulaştıramadığı ya da yönlendirmelerinde bazı eksiklikler olduğu gözlenmektedir. Örneğin; kullanılan terminolojinin hatalı olması, uygun olmayan örneklerin tercih edilmesi ya da temsillerin öğrencinin anlamasını kolaylaştırmak yerine süreci karmaşıklaştırması gibi nedenlerle, öğrencinin yaşadığı anlama zorluğu giderilememekte veya kavram yanılgısı tam olarak açıklığa kavuşturulamamaktadır. Dolayısıyla öğretmenin çabası anlamlı olsa da, matematiksel öğrenmeye tam katkı sağlayamamaktadır.

4: Detaylı İnceleme: Bu düzey, matematiksel olarak en derin karşılık türü olarak değerlendirilmiştir. Katılımcılar, öğrencinin düşüncesini sistemli bir biçimde ortaya çıkarmış, açıklamalar yapmasını teşvik etmiş ve süreci öğrencinin anlama düzeyini destekleyecek biçimde ilerletmiştir. Öğretmen, öğrencinin hangi bilgileri nasıl kullandığını anlamaya çalışarak, gerekirse temsiller (model, şema, sayı doğrusu vb.), örnekler ve açıklayıcı sorularla süreci zenginleştirmiştir. Bu şekilde verilen tepkiler, öğrencinin kavramları derinlemesine anlamasına olanak sağlamakta ve MÖF'ün pedagojik olarak değerlendirilebilmesine güçlü bir zemin hazırlamaktadır. Aşağıda, ortaya çıkarma ve detaylı inceleme düzeylerine ait katılımcı örneklerine yer verilmiştir.

Araştırmacı: İkinci öğrenci de “Bence beşinci adımda yanlış yapmış öğretmenim -1/5 ile çarpması çok yanlış -5 var ters işlem yapıp -5’i karşıya +5 olarak atıp -30 bulmalıydı.” diyor. Öğrenci 2 özelinde bir konuşalım. Sonra Öğrenci 3’e geçeriz. Ne dersiniz Öğrenci 2’nin bu yorumuyla ilgili?
OÖ2: Yani burada zaten iki tarafı da bölmesi gerekiyor. Yani -5’e bölünmesi gerekiyor. Burada yaptığı yine böldüğünde (-5).(-1/5)’ten +5/5 oluyor, 5’ler gidiyor. Hatta yaptığı aslında doğru. Ama burada ters işlem yapıp 5’i karşıya atamayız çünkü. -5, x’in kat sayısı orada arada bir artı yok, bir eksi yok. Burada mesela ben bu öğrenciye arada artı eksi yani toplam olmadığından terimlerin birleşik olduğunu, hatta ben bunu şöyle anlatıyorum öğrencilerime. İsim soy isim olmalı. Öğrenciler çok ayırıyor katsayıları ya da işaretleri. Ben mesela şundan örnek veriyorum. İşte atıyoruz bir tane öğrenci ve adı Ayşe olsun. Dünyada bir sürü Ayşe vardır yani ama mesela Ayşe Keskin bunu özel kılan ismi ve soy ismidir. Biz bunu ayıramayız. Aynı şekil burada da. Yani biz -5 ile x’i ayıramayız, doğru olmaz. Bunu hani burada anlatırdım hemen. Bu problemi giderirdim bunu yaşadığımız an. Gelecek sefere bu tarz bir şeyle karşılaştığında ne yapacağını bilirdi.

Şekil 4.4: OÖ2 “Matematiği anlama odaklı karşılık verme” diyaloğu.

OÖ2 kodlu tecrübeli ortaokul öğretmeninin yaklaşımı, öğrencinin denklem çözümündeki hatayı ("-1/5 ile çarpma") tespit etmesi ve bunu "isim-soy isim" analojisiyle açıklamaya çalışmasıyla, "Ortaya Çıkarma" düzeyine örnek teşkil etmektedir. Ancak bu tepki, kavramsal yanılgıyı tam olarak çözemediği için sınırlı kalmıştır. OÖ2, öğrencinin "-5'i karşıya +5 olarak atma" hatasını fark etmiş ve bunun neden yanlış olduğunu açıklamaya çalışmıştır (Satır 5-8). Öğrencinin prosedürel hatasını ("ters işlem yapma") tanımlayarak, katsayıların ayrılmazlığını vurgulamıştır (Satır 9-14). "İsim-soy isim" benzetmesi (Satır 10-14), öğrencilerin katsayıları ve değişkenleri bir bütün olarak görmesini sağlamak için yaratıcı bir girişimdir. Ancak matematiksel dil ile tam uyumlu değildir ("-5x" ifadesindeki çarpma işlemi, soy isim benzetmesinden farklıdır). Öğrencinin "-1/5 ile çarpma" işleminin neden doğru olduğunu anlamasına yönelik somut bir matematiksel açıklama sunmamıştır. OÖ2'nin tepkisi, "Ortaya Çıkarma" düzeyinin tipik özelliklerini yansıtır: Öğrenci düşüncesini ortaya çıkarma çabası (neden-sonuç sorusu sorma), kavramsal yanılgıyı gidermek için yaratıcı bir strateji ancak matematiksel derinlik ve terminoloji eksikliği nedeniyle tam öğrenme sağlanamamasına neden

olacaktır. Öğretmenlerin analojileri, öğrencilerin soyut kavramları anlamasını kolaylaştırabilir; ancak matematiksel doğrulukla desteklenmediğinde yanılgıları pekiştirebilir (Richland ve Simms, 2015).

Araştırmacı: Evet yani a=1, b=2 ve c=3 olarak düşünmüş.

OÖ3: Sıralamış yani. Çok enteresan bu öğrenciyle karşılaşmamıştım.

Araştırmacı: Peki siz ne derdiniz, nasıl karşılık verirdiniz bu öğrenciye?

OÖ3: Öğrenci 2 de yani biraz daha ne demek istedin yani? Neden mesela a=1 verdiğimizde b=2 olsun ki diye sorardım yani bu noktada a'yı 1 verirsek arada çarpma olduğunu söylüyorsak 1 ile neyi çarparsak 24 olur diye sorardım. O da b'nin 24 olduğunu böylelikle görüldü diye düşünüyorum ve dediği gibi yani a'ya 1 vermek zorunda değiliz. 24 ve 18'in işte ortak çarpanı olarak başka sayılar olamaz mı? Hem 24'ü hem 18'i bölen ortak bölen başka sayıları düşünmesini isteyebilirim. Yine öğretmenin cevabı "a 1'den farklı değerler alabilir. 1 olmak zorunda değil." yani ben dediğim gibi bu biraz daha açarak anlatırdım, sorular yönlendirirdim. a burada hem 24'ün hem de 18'in bir çarpanı olarak gözüküyor. Dokuzuncu sınıf düzeyinde ise zaten çarpanlar, katlar konusu vesaire öncesinde gördüğü konular. Muhakkak sekizinci sınıfta zaten EBOB-EKOK, Çarpanlar ve Katlar yine ilk konu olduğu için. Belki hani anımsatması da mümkün olurdu. Evet, yani "24 ve 18'in başka ortak çarpanı yok mu?" diye de eklerdim. Yani amacım soru sorarak aslında onu doğru düşünmeye yönlendirmek olurdu direkt cevabı vermek yerine.

Araştırmacı: Evet tam olarak aslında ben de buna özetleyecektim. Yani burada neden böyle düşündüğünü sorgulayıp sonra "Eğer böyle düşünürsek aslında şöyle olmaz mı? Peki böyle nasıl olur?" gibi sorularla doğruya doğru ulaştırmaya çalışırsınız. Peki devamında Öğrenci 3 de devreye giriyor.

OÖ3: Evet, o da demiş ki, 24 ve 18'de 6 ortak yani a'yı 6 almış böylelikle b=4 demiş. Evet c=3 demiş. Tamam o zaman toplamları olur. Evet yani en mantıklı öğrenci bu kendisini tebrik ediyorum. Evet, 6'nın ortak olduğunu söyledikten sonra yani a=1 yani 6'dan başka bu ikisini birden ortak böleni ne olabilir diye düşünüp mesela 2 cevabı gelebilirdi. Belki 3 cevabı gelebilirdi ve bunlara karşılık diğer değerleri bulup yine toplayıp aslında çözümün yavaş yavaş büyüdüğünü görüp işte en sonunda da artık 1 dediğimizde zaten alabileceği en büyük değerin o olduğunu göstermeye çalışabilirim. Yani burada "Ben çözümleyim" demeden önce dediğim gibi tekrar hani "6'dan başka bir ortak çarpanı mı yok mu?" gibi tekrar bir soru yönlendirebilirim.

Araştırmacı: Tamamdır, yani belli

Şekil 4.5: OÖ3 "Matematiği anlama odaklı karşılık verme" diyaloğu.

OÖ3 kodlu 9 yıllık tecrübeli öğretmenin yaklaşımı, öğrenci düşüncesini sistematik şekilde ortaya çıkarması ve matematiksel ilişkileri derinlemesine incelemesiyle "Detaylı İnceleme" düzeyinin tipik özelliklerini sergilemektedir. Bu diyalog, iki farklı öğrenci (Öğrenci 2 ve Öğrenci 3) üzerinden iki ayrı örnek sunmaktadır:

Öğrenci 2'ye yönelik dönütünde OÖ3, öğrencinin "a=1, b=2, c=3" varsayımını sorgularken "Neden a=1 verdiğimizde b=2 olsun?" (Satır 4-5) gibi sorularla öğrenciyi çarpanlar arası ilişkiyi yeniden düşünmeye zorlamıştır. Bu, öğrenci merkezli bir pedagojik stratejidir. "1 ile neyi çarparsak 24 olur?" (Satır 5-6) sorusuyla öğrencinin a.b=24 koşulunu yeniden yorumlamasını sağlamış ve değişkenlerin sabit olmadığını fark ettirmiştir. "24 ve 18'in ortak çarpanları yok mu?" (Satır 7-8) sorusuyla, öğrencinin EBOB-EKOK ön bilgisini harekete geçirerek kavramsal transfer yapmasını desteklemiştir (Satır 11-14). Bu tepki, öğrenci düşüncesini açığa çıkaran sorular, matematiksel içerikle bağlantılı somut örnekler, önceki öğrenmelerle ilişki kurma gibi boyutlarıyla Doğan ve Kılıç (2019)'ın "Detaylı İnceleme" düzeyindeki ölçütlerini karşılar.

Öğrenci 3'e yönelik dönütünde OÖ3, Öğrenci 3'ün "a=6, b=4, c=3" çözümünü onaylarken, "6'dan başka ortak çarpan yok mu?" (Satır 21-22) sorusuyla diğer olasılıkları (a=2, a=3) araştırmaya yönlendirmiştir. Bu sorgulama, öğrencinin en büyük ortak bölen (EBOB) kavramını genişletmesine ve çözüm kümesinin çeşitliliğini görmesine olanak tanır (Satır 22-24). "Çözümün yavaş yavaş büyüdüğünü görüp..." (Satır 23) ifadesi, matematiksel sürecin dinamik yapısını vurgulayarak öğrencinin keşfetmesini sağlamıştır. Öğrencilerin kendi hatalarını görmesi için rehberlik edilmiş, Çarpanlar, EBOB-EKOK ve denklem çözümü arasında ilişki kurulmuş, doğru cevabı direkt vermek yerine, keşfetme süreci teşvik edilmiş, "a.b=24" koşulunun gerekleri açıkça vurgulanmıştır. Bu bağlamda, Boaler (2015)'in de ilettiği gibi açık uçlu sorularla öğrenci düşüncesi ortaya çıkarılarak, matematiksel muhakeme derinleştirilmiştir.

4.2.3. Katılımcıların MÖF Durumlarını Fark Etme Başarıları

Çalışmaya katılan toplam 12 katılımcının senaryolar sırasında sergilediği fark etme davranışları incelendiğinde, MÖF'leri fark etme başarılarının katılımcı profillerine göre anlamlı farklılıklar gösterdiği görülmüştür. Katılımcıların fark etme düzeyleri, senaryolarda yer alan altı MÖF durumuna yönelik verdikleri tepkilere dayanılarak belirlenmiş ve sonuçlar Tablo 4.2'de sunulmuştur.

Tablo 4.2: Katılımcıların MÖF durumlarına verdikleri tepkiler.

	Senaryo 1			Senaryo 2		
Katılımcı	**MÖF 1**	**MÖF 2**	**MÖF 3**	**MÖF 4**	**MÖF 5**	**MÖF 6**
ÖA1	1	1	2	3	1	3
ÖA2	-	-	2	-	-	1
ÖA3	1	1	2	-	3	1
ÖA4	1	2	1	1	-	1
OÖ1	1	3	4	1	1	1
OÖ2	1	-	1	2	3	3
LÖ1	1	1	4	1	1	1
LÖ2	2	2	1	4	4	1
OÖ3	1	4	4	1	4	4
OÖ4	1	1	1	2	3	3
LÖ3	1	3	2	1	2	2
LÖ4	1	1	4	1	1	1

Tablo 4.2'ye göre, katılımcılardan yalnızca 8'i (1 öğretmen adayı, 7 tecrübeli öğretmen) senaryolardaki MÖF durumlarının çoğunu fark edebilmiş, geri kalan 4 katılımcı ise MÖF'leri sistematik olarak göz ardı etmiştir. Tabloya genel olarak bakıldığında, ilk bakışta öğretmen adaylarının (ÖA kodlu katılımcılar) bazı MÖF durumlarını fark etmede yetersiz kaldığı ve düşük düzeyde tepkiler verdiği görülmektedir. Bu durum, öğretmen adaylarının öğrencinin düşüncesindeki anlamlı pedagojik fırsatları gözden kaçırma eğiliminde olduklarını ve genellikle bu fırsatlara yüzeysel ya da prosedürel tepkiler verdiklerini göstermektedir. Nitekim ÖA2'nin MÖF 1, MÖF 2, MÖF 4 ve MÖF 5 için veri sunamaması ve ÖA3'ün çoğunlukla "1" düzeyinde tepki vermesi bu durumu destekler niteliktedir.

Ancak yalnızca bu bulguya odaklanmak, tabloyu tek yönlü yorumlamak anlamına gelir. Çünkü tecrübeli öğretmen grubuna ait katılımcıların (OÖ ve LÖ kodlu katılımcılar) verileri incelendiğinde, fark etme becerisi bağlamında beklenen yüksek performansın her katılımcı için geçerli olmadığı dikkat çekmektedir. Örneğin, OÖ1, OÖ4 ve LÖ4'ün çok sayıda durumda "1" düzeyinde kaldığı, yani öğrencinin düşüncesine dair yüzeysel yorumlar sunduğu görülmektedir. Bu durum, öğretmenlikte deneyim süresinin tek başına fark etme becerilerini geliştirmeye yetmeyebileceğini ve pedagojik derinlik için sürekli mesleki gelişimin gerekli olduğunu ortaya koyduğunu söyleyebiliriz.

Benzer şekilde, bazı öğretmen adaylarının (ÖA1, ÖA3) belirli MÖF durumlarında "2" ve "3" düzeyinde yorumlama ve karşılık verme tepkileri sunduğu, yani öğrencinin düşüncesini anlama çabası gösterdiği de görülmektedir. Bu durum, öğretmen adaylarının bazı senaryolarda beklenenden daha derin analizler yapabildiğini göstermekte ve bireysel farklılıkların (ön öğrenmeler, ilgi düzeyi, pedagojik refleksiyon becerisi) etkisini gündeme getirmektedir.

Özetle bu tablo, deneyimin fark etme becerilerini geliştirme açısından önemli bir unsur olduğunu desteklerken, bu gelişimin her bireyde aynı oranda gerçekleşmediğini de ortaya koymaktadır. Hem öğretmen adaylarının hem de deneyimli öğretmenlerin çeşitli durumlarda düşük düzeyde pedagojik karşılıklar verdikleri göz önünde bulundurulduğunda, fark etme becerisinin yalnızca deneyimle değil, sistematik öğretmen eğitimi, yapılandırılmış gözlem fırsatları ve yansıtma uygulamaları ile desteklenmesi gerektiği söylenebilir.

Bu bulgu, öğretmen fark etme becerisinin gelişiminin doğrusal ve otomatik bir süreç olmadığını, bunun yerine yapılandırılmış ortamlar, mesleki gelişim fırsatları ve reflektif pratiklerle desteklenmesi gerektiğini vurgulayan literatürle (örneğin Sherin ve van Es, 2009; Kersting et al., 2012) uyumludur.

Tablo 4.3: Katılımcıların MÖF durumlarını fark etme ve karşılık verme biçimleri.

Katılımcı	MÖF'ü Fark Etme	Açıklama	Yönlendirme	Ortaya Çıkarma	Detaylı İnceleme
ÖA1	✓	✓	✓	✓	✗
ÖA2	✗	✗	✓	✗	✗
ÖA3	✗	✓	✓	✓	✗
ÖA4	✗	✓	✓	✗	✗
OÖ1	✓	✓	✗	✓	✓
OÖ2	✗	✓	✓	✓	✗
LÖ1	✓	✓	✗	✗	✓
LÖ2	✓	✓	✓	✗	✓
OÖ3	✓	✓	✗	✗	✓
OÖ4	✓	✓	✓	✓	✗
LÖ3	✓	✓	✓	✓	✗
LÖ4	✓	✓	✗	✗	✓

Tablo 4.3 incelendiğinde, öğretmen ve öğretmen adaylarının matematiksel olarak önemli pedagojik fırsatlara (MÖF) verdikleri tepkilerin, "MÖF'ü fark etme", "açıklama", "yönlendirme", "ortaya çıkarma" ve "detaylı inceleme" olmak üzere beş alt boyutta çeşitlilik gösterdiği görülmektedir. İlk olarak, "MÖF'ü fark etme" düzeyinde, öğretmen adaylarının önemli bir kısmının öğrencilerin matematiksel ifadelerinde yer alan anlamlı fırsatları gözden kaçırdığı dikkat çekmektedir. Özellikle ÖA2 ve ÖA3 kodlu adayların senaryo metinlerinde yer alan MÖF durumlarını fark edemedikleri görülmüştür. Buna karşın, deneyimli öğretmenlerin büyük çoğunluğunun bu fırsatları tanıyabildiği ve pedagojik değerlendirme sürecine dâhil edebildiği gözlenmiştir. Bu durum, öğretmenlik deneyiminin fark etme becerilerinin gelişmesinde belirleyici bir rol oynayabileceğini göstermektedir.

Öte yandan, "açıklama" boyutu tüm katılımcılar arasında yaygın olarak gözlemlenmiştir. Hem öğretmen adayları hem de deneyimli öğretmenler, öğrenci yanıtlarına genellikle doğrudan açıklamalar yoluyla karşılık vermiştir. Bu eğilim, katılımcıların öğrenci hatalarını düzeltmeye

odaklandığını, ancak bu hataların altında yatan kavramsal süreçleri ortaya çıkarmaya yönelik sınırlı çaba gösterdiklerini düşündürmektedir.

“Yönlendirme” düzeyinde ise dikkat çekici bir durum söz konusudur. Öğretmen adaylarının, deneyimli öğretmenlere kıyasla daha sık olarak öğrencileri ipuçlarıyla doğru cevaba yönlendirme stratejisini tercih ettiği görülmüştür. Bu durum, öğretmen adaylarının öğretim sürecinde doğrudan bilgi vermek yerine öğrenciye rehberlik etme yönünde bir eğilim geliştirdiklerini, ancak bu rehberliğin pedagojik derinlikten yoksun olabileceğini ortaya koymaktadır.

“Ortaya çıkarma” boyutunda, öğretmen adayları ile deneyimli öğretmenler arasında belirgin bir fark olmadığı gözlemlenmiştir. Bu düzeyde verilen tepkiler, öğrencilerin düşünme süreçlerini açığa çıkarmaya yönelik soru sormayı ve öğrenci katılımını teşvik etmeyi içermektedir. Ancak her iki grubun da bu tür tepkileri sınırlı sayıda verdiği görülmektedir. Bu bulgu, öğretmen eğitimi sürecinde sorgulayıcı öğretim yaklaşımına yeterince yer verilmediğini düşündürmektedir.

Son olarak, “detaylı inceleme” düzeyinde yalnızca deneyimli öğretmenlerin örnekler sunduğu belirlenmiştir. Bu düzeyde, öğrencinin düşüncesine yönelik derinlemesine analiz yaparak pedagojik çıkarımlar üreten katılımcıların tamamı deneyimli öğretmenlerden oluşmaktadır. Öğretmen adaylarının bu düzeye hiç ulaşamaması, öğretmenlik deneyiminin pedagojik derinlik kazandırmadaki önemini bir kez daha ortaya koymaktadır.

Genel olarak, öğretmen adayları bazı boyutlarda (özellikle yönlendirme) deneyimli öğretmenlerle benzer düzeyde performans sergilemiş ya da daha yüksek oranda strateji geliştirmiştir. Ancak detaylı analiz gerektiren üst düzey pedagojik tepkilerde deneyimli öğretmenlerin daha baskın olduğu görülmektedir. Bu bulgular, öğretmen adaylarının öğrenci düşüncesine dayalı öğretim kararları alma becerilerinin geliştirilmesine yönelik yapılandırılmış uygulamalara gereksinim duyduğunu göstermektedir.

Katılımcıların tepki düzeylerindeki bu farklılaşmayı somutlaştırmak amacıyla, öğretmen adayları ve deneyimli öğretmenlerin aynı MÖF durumuna verdikleri karakteristik yanıtlar derinlemesine incelenmiştir. İlk olarak ÖA4 kodlu öğretmen adayının 'açıklama' düzeyindeki yaklaşımı, öğrenci düşüncesini anlamaktan ziyade doğru cevaba odaklanan tipik bir örnek sunmaktadır. Buna karşılık OÖ3 kodlu deneyimli ortaokul öğretmeninin 'ortaya çıkarma' düzeyindeki müdahalesi ise, öğrenci düşüncesindeki kavramsal kırılmaları pedagojik bir fırsata dönüştürmedeki uzmanlığını yansıtmaktadır

Örneğin ÖA4, senaryolarda doğrudan çözüm önerisinde bulunmuş; öğrenci düşüncesini analiz etmeye çalışmamıştır.

Araştırmacı: Peki mesela siz burada Öğrenci 2 ve Öğrenci 3 için ne yapardınız? Bu durumları gördünüz ders esnasında diyelim ki.
ÖA4: Şimdi öğrencilerin hepsinden ne düşündüğünü gördükten sonra eğer ki böyle bir düşüncem olsaydı hepsinin düşüncesini görürdüm. Gördükten sonra denklem kısmında, iki eşitlik kısmına eşit bir denklem konusunda bir sayı eklemek, sol tarafa bir sayı eklemek, sağ tarafa da aynı sayı eklediğimiz zaman eşitliğin korunacağından bahsederdim. Birinci adımda bu şekilde, yani bir sayı çıkardığınız zaman solda sayıda değişiklik durumunda da sağ taraftan da çıkarmak gerektiğinden bahsederdim. Daha sonra aynı şekilde ikinci adımda da o şekilde. 2x de çıkarmış iki taraftan. Yani hani sol tarafta çıkarıyorsan sağ taraftan da eşitliğin korunması için çıkarmalı gerektiğini söylerdim. Dördüncü adımda da her iki tarafa aynı sayıya bölmek eşitliği bozmayacağı için bu şekilde anlatım yapardım. x'i yine 7 bu şekilde bulmuş olurdum. Öğrenciler aslında sonuca gidebilecek bir durumdalar ama işlemi nasıl yaptığıyla ilgili öğrencinin çok bir bilgi yeterli olduğunu düşünüyorum.

Şekil 4.6: ÖA4 "Açıklama düzeyinde karşılık verme" diyaloğu.

ÖA4, öğrencilerin (Öğrenci 2 ve 3) denklem çözümündeki hatalarını analiz etmek yerine, doğru prosedürü kendisi açıklamıştır (Satır 5-14). "Sol tarafa bir sayı eklemek, sağ tarafa da aynı sayı eklediğimiz zaman eşitliğin korunacağından bahsederdim." Bu ifade, öğrencilerin neden hata yaptığını sorgulamadan, doğru yöntemi doğrudan öğretme eğilimini yansıtır. Katılımcı, öğrencilerin "-5'i karşıya atma" veya "işlem sırası" hatalarını nedenselleştirmemiş, sadece genel kuralı tekrarlamıştır. Bu, Jacobs vd. (2010)'un "algılama-yorumlama" aşamalarını atladığını gösterir. ÖA4, öğrencilerin eşitliğin korunması ilkesini kavrayamamasını ele almak yerine, mekanik bir şekilde adımları sıralamıştır (Satır 7-12). Öğrencilerin "ters işlem yapma" hatasını (Öğrenci 2'nin "-5'i karşıya atma" girişimi) görmezden gelerek, kavramsal yanılgıyı göz ardı etmiştir.

Buna karşılık, 5 yıl ve üzeri deneyime sahip öğretmenlerin bir kısmı öğrenci düşüncesini ortaya çıkarmaya, farklı çözüm yollarını birlikte değerlendirmeye ve matematiksel kavramları ilişkilendirmeye yönelik stratejiler geliştirmiştir. Bu durum, deneyimin fark etme becerilerinin gelişmesine katkı sunduğunu göstermektedir.

Araştırmacı: Şimdi Öğrenci 2'ye bakabiliriz. "Beşinci adımda yanlış var. -5 var. Karşıya artı olarak atabiliriz." şeklinde devam ediyor.
OÖ3: Evet, bu dediğim gibi. Benim de sık karşılaştığım bir şey, ben hemen burada şunu söylüyorum. Diyorum ki orada x-5 yazsaydı biz onu karşıya +5 olarak atabilirdik. Burada -5'le x'in arasındaki işlemin önemli olduğunu söylüyorum. -5'le x'in arasında ne var? Tabii ki çarpma var. Dolayısıyla yani toplamadan ters olan çıkarmayla, çarpmadan da ters olan bölmeyle kurtulabiliriz diye açıklıyorum. Dolayısıyla burada -5 çarpım halinde olduğu için onun sadeleştirecek şey bölü -5'tir. Dolayısıyla bir taraf -5'e bölüyorsam ötekini de eksi beşe bölmeliyiz gibi devam ediyorum.

Şekil 4.7: OÖ3 "Ortaya çıkarma düzeyinde karşılık verme" diyaloğu.

OÖ3 kodlu tecrübeli ortaokul öğretmeni, öğrencinin hatasını (beşinci adımdaki -5'i karşıya atma yanılgısı) tespit ederken, yalnızca düzeltme yapmakla kalmayıp matematiksel işlemlerin mantığını ilişkilendirerek açıklıyor. Öğrenci düşüncesini anlamaya çalıştığını şu davranışlarla gösteriyor: "-5'le x'in arasındaki işlemin önemli olduğunu söylüyorum" diyerek, hatanın kaynağına odaklanıyor. Toplama/çıkarma ile çarpma/bölme arasındaki ters işlem ilişkisini vurgulayarak, kavramsal bir bağ kuruyor. İşlemlerin "tersini alma" mantığını açıklarken, soyut matematiksel ilişkileri somutlaştırıyor ("bölü -5'tir" örneği). Bu yaklaşım, deneyimli öğretmenlerin tipik bir stratejisini yansıtır: Hataları, öğrenme fırsatına dönüştürerek kavram yanılgılarını sistematik şekilde ele almak. Deneyim, öğretmenin öğrencinin zihinsel sürecini "fark etme" becerisini geliştirmiş ve pedagojik müdahalesini bu doğrultuda şekillendirmiştir. Bu da Leatham vd. (2015)'in belirttiği gibi, öğretmenlerin öğrenci düşüncelerini öğretimsel karar alma süreçlerine entegre etme becerisiyle ilişkilidir.

Katılımcıların MÖF durumlarına verdikleri tepkilerdeki bu niteliksel farklılıkların yanı sıra, tepkilerin sınıf düzeyine göre nasıl değişim gösterdiği de önemli bir bulgu olarak karşımıza çıkmaktadır. Öğretmenlerin pedagojik tepkilerinin yalnızca deneyim düzeyinden değil, aynı zamanda öğretim yaptıkları kademeyle olan uyumundan da etkilendiği gözlemlenmiştir.

Senaryo 1, 9. sınıf düzeyine ait bir MÖF örneği içerirken; Senaryo 2, 8. sınıf düzeyine uygun bir kavramsal durum sunmaktadır. Katılımcıların bu senaryolara verdikleri tepkiler karşılaştırmalı olarak analiz edildiğinde, öğretmenlerin kendi öğretim kademelerine ait senaryolarda daha derinlemesine ve anlam odaklı müdahalelerde bulundukları, diğer düzeye ait

senaryolarda ise çoğunlukla doğru cevaba yönelen veya yüzeysel düzeyde kalan tepkiler verdikleri gözlemlenmiştir. Tablo 4.4'te sunulan veriler, bu durumu açıkça yansıtmaktadır.

Tablo 4.4: Katılımcıların senaryolara göre MÖF yaklaşımlarının dağılımı.

	Senaryo 1			Senaryo 2		
Katılımcı	**Dikkat Etme (MÖF Kaçırıldı)**	**Doğru Cevap Odaklı**	**Matematiksel Anlama Odaklı**	**Dikkat Etme (MÖF Kaçırıldı)**	**Doğru Cevap Odaklı**	**Matematiksel Anlama Odaklı**
ÖA1	-	3	0	-	1	2
ÖA2	2	1	0	2	1	0
OÖ1	0	1	2	0	3	0
OÖ2	1	2	0	0	1	2
OÖ3	0	1	2	0	1	2
OÖ4	0	3	0	0	1	2
ÖA3	0	0	3	1	1	1
ÖA4	0	0	3	1	2	0
LÖ1	0	2	1	0	3	0
LÖ2	0	3	0	0	1	2
LÖ3	0	2	1	0	3	0
LÖ4	0	2	1	0	3	0

Tablo 4.4'te sunulan veriler bu durumu açık bir şekilde ortaya koymaktadır. Koyu renkli alanlar, katılımcının görev yaptığı öğretim düzeyine karşılık gelen senaryo bağlamlarını belirtmektedir. Örneğin, OÖ1, OÖ2, OÖ3 gibi ortaokul öğretmenleri 8. sınıf düzeyindeki Senaryo 2'de; LÖ1, LÖ2, LÖ3 gibi lise öğretmenleri ise 9. sınıf düzeyindeki Senaryo 1'de yer alan MÖF'lere daha pedagojik ve anlam odaklı yaklaşımlar geliştirmiştir. Her ne kadar tüm katılımcılar için bu eğilim geçerli olmasa da, genel dağılım, öğretmenlerin kendi sınıf düzeylerine ait içeriklere daha aşina olduklarını ve bu bağlamda öğrenci düşüncelerini daha isabetli şekilde analiz edebildiklerini göstermektedir. Bu durum, öğretmen fark etme becerisinin bağlamsal bilgiyle yakından ilişkili olduğunu ileri süren çalışmaları (Jacobs, Lamb ve Philipp, 2010; Sherin ve van Es, 2009) destekler niteliktedir.

Bu bağlamda, OÖ4 kodlu katılımcının her iki senaryoya verdiği tepkiler incelendiğinde, söz konusu durum daha net anlaşılmaktadır. OÖ4, tecrübeli bir ortaokul öğretmeni olarak 8. sınıf düzeyindeki Senaryo 2'de daha derinlemesine ve kavramsal açıklamalar içeren stratejiler geliştirirken Senaryo 1'de daha yüzeysel açıklamalarda bulunmuştur. OÖ4'ün Senaryo 1'deki,

> *"Örnek veriyorum a ve b arasında bir şey yazmadığı zaman bunun aslında çarpım olduğunu hani öğrenci belki anlıyordur onu ama hani iyice detaylara girip güzelce diye a ve b arasında işaret olmadığı zaman bunun çarpım olduğunu işte. Mesela öğrencinin verdiği değerleri direkt yazıp, onun verdiği değerlerin doğru veya yanlış olduğunu direkt gösterip ilerlemesi biraz daha öğrencinin aydınlanması açısından daha iyi olabilirdi. Sonra da asıl sorunun gerçek çözümünü ona gösteririrdim."*

şeklindeki yaklaşımı, doğru cevap odaklı stratejilerin tipik özelliklerini barındırmaktadır. Katılımcı, öğrencinin "a ve b arasında işaret olmadığı zaman bunun çarpım olduğunu" açıklayarak doğru matematiksel kuralı aktarmaya odaklanmıştır. Bu yaklaşım, yüzeysel düzeyde bir düzeltme sunarken, öğrencinin neden a=2 ve a=1 gibi tutarsız değerler verdiği temel yanılgısını sorgulamaktan uzak kalmıştır. ÖO4'ün *"öğrencinin verdiği değerleri yazıp doğru/yanlış olduğunu göstermek"* şeklindeki ifadesi, sonuç odaklı stratejinin karakteristik özelliğini yansıtmaktadır. Bu tür bir müdahale, öğrencinin zihinsel sürecini anlamak yerine, hatayı dışarıdan düzeltmeye dayanmaktadır (Smith ve diAlessio, 1993).

Katılımcının "sonra asıl çözümü gösteririm" şeklindeki planı, doğru cevabın öğrenciye doğrudan sunulacağını ima etmektedir. Bu lineer yaklaşım, öğrencinin kendi hatasını keşfetmesine olanak tanımayan ve yapılandırmacı pedagoji ilkeleriyle çelişen bir yöntemdir. Oysa etkili bir müdahale, öğrencinin içsel çelişkisini fark etmesini sağlayacak sorularla ilerlemelidir (Vosniadou, 2013). Örneğin, "a hem 2 hem 1 olabilir mi?" gibi bir soru, öğrenciyi kendi akıl yürütmesindeki tutarsızlığı görmeye yönlendirebilirdi. Bu durum, öğretmenin lise düzeyindeki içeriğe yeterince aşina olmamasından ve öğrencilerin o düzeydeki muhtemel kavramsal yanılgılarına karşı yeterli bağlamsal farkındalık geliştirememiş olmasından kaynaklanıyor olabilir.

Benzer şekilde, ÖA1, OÖ2 gibi katılımcılar da, Senaryo 2'de karşılaştıkları MÖF'lerde öğrencinin işlem hatasını düzeltmekle yetinmiş, ancak "neden bu şekilde düşündüğünü" sorgulamamıştır.

Buna karşılık, OÖ4'ün 8. sınıf düzeyindeki Senaryo 2'deki dönütünü incelendiğinde,

> *"Mesela ilk önce ilk öğrencinin sorusuna bir cevap olarak x'i neden o tarafa attığımızı veya -1/5 neden orada olduğunu gibi gibi geri dönütler vererek aslında tüm öğrencilerin konuylailgili ve soruyla ilgili soru işaretlerini kafasında gidermeliydi bence ... Yani örnek veriyorum aslında neden eksi ile çarpıyorum? İlk önce 1/5 ile çarpmanın mantığını. Niye 5x var? İlk önce onu açıklamamız gerekiyor. Sonra neden eksi olur? Çünkü ikisi de eksi oldu olduğundan dolayı aslında eksi 1/5 ile çarpmamız gerekiyor…"*

matematiksel anlama odaklı öğretim yaklaşımının tipik özelliklerini sergilediği görülmektedir. Öğretmenin, öğrencilerin denklem çözümü sırasında karşılaştıkları kavramsal zorlukları adreslemek için sistematik bir açıklama süreci önermektedir. *"x'i neden o tarafa attığımızı"* veya *"-1/5'in neden orada olduğunu"* açıklama gerekliliğine yaptığı vurgu, yalnızca işlemsel

doğrulukla yetinmeyip matematiksel işlemlerin temel mantığını öğrencilere kavratmayı hedeflediğini göstermektedir.

Bu yaklaşımın en dikkat çekici yönü, matematiksel süreçleri adım adım açıklama ve gerekçelendirme çabasıdır. Katılımcı, *"ilk önce 1/5 ile çarpmanın mantığını, sonra neden eksi ile çarptığımızı"* açıklama gerekliliğinden bahsetmektedir. Bu, Hiebert ve Carpenter'ın (1992) vurguladığı gibi, matematiksel kavramların anlamlı bir bütün olarak öğrenilmesi için kritik bir stratejidir. Öğrencilerin yalnızca "ne yapılacağını" değil, "niçin öyle yapıldığını" da anlamaları, matematiksel düşünme becerilerinin gelişiminde belirleyici rol oynamaktadır. Öğrenciye "ne" yapması gerektiğini değil, "neden" yapması gerektiğini açıklamaya çalışması, matematiksel olarak anlamlı pedagojik fırsatlara yönelme eğilimini ortaya koymaktadır.

Lise öğretmenleri ve öğretmen adayları açısından değerlendirildiğinde, 9. sınıf düzeyine ait Senaryo 1'de verilen tepkilerin çoğunlukla matematiksel anlama odaklı olduğu dikkat çekmektedir. Özellikle ÖA4, LÖ1, LÖ3 ve LÖ4 kodlu katılımcıların, kendi branş düzeyleri olan bu senaryoda en az bir duruma yönelik olarak "ortaya çıkarma" veya "detaylı inceleme" düzeyinde dönüşler verdikleri gözlemlenmiştir. Aynı katılımcıların ortaokul düzeyine ait Senaryo 2'de ise matematiksel anlamaya dönük herhangi bir tepki vermedikleri, tepkilerinin daha çok doğru cevaba yönlendirme biçiminde sınırlı kaldığı tespit edilmiştir.

Bu bağlamda, lise öğretmenlerinin ve adaylarının kendi öğretim kademelerine daha aşina oldukları içeriklerde öğrenci düşüncelerine yönelik daha derinlemesine analizler yapabildikleri, diğer düzeydeki içeriklerde ise bu derinliğin azaldığı anlaşılmaktadır. Bu durum, öğretmenlerin pedagojik fark etme becerilerinin yalnızca bilişsel yeterliklerle değil, aynı zamanda içerik bilgisi ve öğretim bağlamıyla da yakından ilişkili olduğunu göstermektedir (Sherin ve van Es, 2009).

Bununla birlikte, LÖ2 kodlu lise öğretmeninde tersi bir eğilim gözlemlenmiştir. Bu katılımcı, ortaokul düzeyine ait Senaryo 2'de anlam odaklı tepkiler sunarken, lise düzeyine ait Senaryo 1'de herhangi bir matematiksel anlamaya yönelik müdahalede bulunmamıştır. Bu istisnai duruma ilişkin yapılan görüşmelerde, katılımcının geçmiş öğretim deneyimlerinin incelenmesi sonucu, halen lise öğretmeni olmasına karşın önceki yıllarda ortaokul düzeyinde özel dersler verdiği belirlenmiştir. Bu bilgi, öğretmenin ortaokul konularına olan aşinalığının daha fazla olmasını ve bu nedenle de Senaryo 2'de daha derinlemesine yorumlar yapabilmesini açıklayabilecek bir unsur olarak değerlendirilebilir.

Sonuç olarak, katılımcıların MÖF'lere verdikleri tepkiler, yalnızca öğretmenlik deneyimi ya da adaylık statüsüyle değil, aynı zamanda senaryonun sınıf düzeyi ve katılımcının öğretim

yaptığı kademeyle olan uyumuyla da anlamlı biçimde ilişkilidir. Özellikle lise öğretmeni olan katılımcıların 9. sınıf düzeyine ait senaryolarda, ortaokul öğretmenlerinin ise 8. sınıf düzeyine ait senaryolarda daha derinlemesine analizler sundukları gözlemlenmiştir. Bu durum, öğretmenlerin pedagojik fark etme becerilerinin yalnızca genel öğretmenlik deneyimine değil, içerik bilgisi (content knowledge) ve öğretim kademesiyle kurdukları bağlam bilgisine (contextual knowledge) da dayalı olduğunu ortaya koymaktadır (Ball, Thames ve Phelps, 2008; Sherin ve van Es, 2009).

Nitekim gerek ortaokul gerekse lise öğretmenlerinin, kendi branş düzeylerine ait senaryoda "ortaya çıkarma" ya da "detaylı inceleme" düzeyinde tepkiler verdiği, buna karşılık diğer düzeydeki senaryoda matematiksel anlamaya yönelik pedagojik müdahalelerin daha sınırlı olduğu görülmüştür. Bu bulgu, öğretmenlerin aşina oldukları sınıf düzeylerinde öğrenci düşüncelerini daha etkin fark ettiklerini ve pedagojik değerlendirebildiklerini göstermektedir. Diğer bir ifadeyle, öğretmenler bildikleri içerik bağlamlarında hem matematiksel yapıyı hem de öğrencinin potansiyel yanılgılarını daha doğru yorumlayabilmektedir.

Bu kapsamda, çalışmanın bulguları, öğretmenlerin MÖF'leri fark etme ve pedagojik olarak değerlendirme becerilerinin gelişiminde deneyim süresi kadar içerik-sınıf düzeyi uyumunun ve öğretimsel bağlamın da belirleyici olduğunu ortaya koymaktadır. Bu durum, öğretmen eğitiminde hem disiplinler arası hem de kademeler arası uygulama deneyimlerinin önemini vurgulamaktadır. Dolayısıyla, öğretmen adaylarının farklı sınıf düzeylerine ait öğretim senaryoları üzerinden yapılandırılmış deneyimlere erişmeleri, fark etme becerilerini daha çeşitli ve derinlemesine geliştirmeleri açısından kritik görülmektedir (van Es ve Sherin, 2021).

4.3. MATEMATİKSEL ÖĞRENME FIRSATLARINI DEĞERLENDİRMEDE FARK ETME BECERİLERİNİN ROLÜ

Araştırmanın bulguları, öğretmen ve öğretmen adaylarının matematiksel öğrenme fırsatlarını değerlendirme süreçlerinde fark etme becerilerinin önemli bir rol oynadığını göstermektedir. Jacobs ve arkadaşlarının (2010) "öğretim anında fark etme" çerçevesi temel alınarak yapılan analizler, katılımcıların öğrenci düşüncesini fark etme, yorumlama ve karşılık verme süreçlerindeki farklılıkların, bu becerilerin öğretim pratiğine nasıl yansıdığını anlamak açısından önemli veriler sunmuştur.

Örneğin, OÖ1, LÖ2 ve OÖ3 kodlu öğretmenlerin verileri incelendiğinde, bu katılımcıların öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerini derinlemesine analiz ederek, bu

düşünceleri pedagojik fırsatlara dönüştürmede daha etkili oldukları görülmektedir. Bu durum, öğretmenlerin yalnızca öğrenci düşüncesini fark etmekle kalmayıp, bu düşünceleri pedagojik olarak işleme kapasitelerinin de fark etme becerileriyle bağlantılı olduğunu düşündürmektedir. Barnhart ve van Es (2015) ile Sherin ve van Es (2009) gibi çalışmalarda da benzer şekilde, fark etme becerilerinin öğretim kararlarını şekillendirmede etkili olduğu ortaya konmuştur.

Ancak, tüm katılımcıların bu süreçleri aynı şekilde yürütmediği gözlemlenmiştir. ÖA4 kodlu öğretmen adayı ve LÖ4 kodlu tecrübeli lise öğretmeninin verileri, öğrenci düşüncesini fark etseler bile bu düşünceleri pedagojik olarak değerlendirmede sınırlı kaldıklarını göstermektedir. Bu katılımcıların MÖF'lere verdikleri yanıtların genellikle işlemsel düzeyde kaldığı ve öğrencilerin kavramsal anlayışını derinleştirmeye yönelik stratejiler içermediği görülmüştür. Kersting ve arkadaşlarının (2012) ile Santagata ve Yeh'nin (2016) çalışmalarında da vurgulandığı gibi, öğretmenlerin fark etme becerilerinin pedagojik uygulamalara dönüşmesi için ek desteklere ihtiyaç duyabileceği anlaşılmaktadır.

Öte yandan, fark etme becerilerinde sınırlılıklar gösteren bazı katılımcıların (ÖA3 ve OÖ2 gibi) belirli durumlarda anlamlı pedagojik müdahalelerde bulunduğu da gözlemlenmiştir. Bu katılımcılar, MÖF'leri her zaman yakalayamamış olsalar da, fark ettikleri durumlarda öğrenci düşüncesini açığa çıkaran sorular sormuş ve yönlendirici stratejiler kullanmışlardır. Philipp ve arkadaşlarının (2017) ile Hadar ve Brody'nin (2016) çalışmalarında da belirtildiği gibi, öğretmenlerin pedagojik kararlarının yalnızca fark etme becerilerine değil, bağlamsal faktörlere ve kişisel öğretim yaklaşımlarına da bağlı olarak şekillendiği görülmektedir.

Sonuç olarak, bu çalışmanın bulguları, fark etme becerilerinin öğretmenlerin MÖF'leri değerlendirme biçimlerinde önemli bir rol oynadığını, ancak bu becerilerin pedagojik uygulamalara yansımasının katılımcılar arasında farklılıklar gösterdiğini ortaya koymaktadır. Öğretmen eğitimi programlarında, öğretmen adaylarının yalnızca öğrenci düşüncesini fark etme becerilerini değil, bu düşünceleri pedagojik fırsatlara dönüştürme kapasitelerini de geliştirmeye yönelik çalışmaların önemli olduğu düşünülmektedir.

5. TARTIŞMA

Bu araştırmada elde edilen bulgular, öğretmen ve öğretmen adaylarının öğrencilerin matematiksel düşüncelerine dikkat etme ve bu düşünceleri pedagojik fırsatlara dönüştürme becerilerini ortaya koymuştur. Elde edilen veriler, alan yazındaki bulgularla önemli ölçüde örtüşmekte, bazı açılardan ise özgün farklılıklar sunmaktadır.

5.1. ÖĞRENCİ DÜŞÜNCELERİNİ FARK ETME BECERİSİ ÜZERİNDEN TARTIŞMA

Bu çalışmada öğretmen ve öğretmen adaylarının fark etme becerileri dikkat etme, yorumlama ve karar verme boyutlarında incelenmiş; bu süreçte öğrencilerin matematiksel düşüncelerini anlama ve buna uygun pedagojik tepki üretme düzeyleri değerlendirilmiştir. Bulgular genel olarak, katılımcıların öğrenci düşüncelerini fark etme konusunda özellikle dikkat etme boyutunda daha başarılı olduklarını, ancak yorumlama ve özellikle karar verme aşamasında zorlandıklarını göstermektedir. Bu durum, Jacobs, Lamb ve Philipp (2010) tarafından geliştirilen fark etme çerçevesindeki aşamalarla paralellik göstermekte; öğretmenlerin öğrenci düşüncesine duyarlılığının yalnızca fark etmekle sınırlı kalmaması, bu düşünceleri pedagojik olarak anlamlandırma ve buna uygun öğretimsel kararlar üretme becerilerinin de geliştirilmesi gerektiğine işaret etmektedir.

Katılımcıların özellikle kendi branş düzeylerine ait senaryolarda daha başarılı fark etme ve yorumlama sergilemeleri, Simpson, Vondrová ve Žalská (2018) ile Blomberg vd. (2011) çalışmalarındaki bulgularla örtüşmektedir. Bu çalışmalar, öğretmenlerin aşina oldukları sınıf düzeylerinde öğrenci stratejilerini daha kolay tanıyabildiğini ve daha isabetli pedagojik değerlendirmeler yapabildiklerini ortaya koymuştur. Nitekim, bu çalışmada da lise öğretmenlerinin lise düzeyindeki senaryolarda; ortaokul öğretmenlerinin ise ortaokul düzeyindeki durumlarda daha derinlemesine analizler sunduğu gözlenmiştir.

Ayrıca, güçlü fark etme becerileri sergileyen katılımcıların (örneğin OÖ3 ve ÖA1) öğrencinin matematiksel düşüncesini detaylı biçimde analiz ettikleri, hatanın kavramsal nedenlerini sorguladıkları ve bu doğrultuda pedagojik müdahale geliştirdikleri görülmüştür. Bu, Jacobs vd. (2010) ve Taylan (2013) tarafından vurgulanan “gözlemden pedagojik çıkarıma

geçiş" sürecinin ideal bir örneğini teşkil etmektedir. Yine van Es (2011) ve Sherin ve van Es (2009) gibi araştırmalarda olduğu gibi, dikkat etme süreci ile karar verme süreci arasındaki geçişin öğretmen gelişiminde kritik olduğu yönündeki vurgular da çalışmanın bulgularıyla paralellik göstermektedir.

Öte yandan, bu çalışmada ortaya çıkan bazı bulgular, mevcut literatürde sıklıkla vurgulanan genel eğilimlerden önemli ölçüde ayrışmaktadır ve bu durum çalışmanın özgün katkılarından birini oluşturmaktadır. Literatürde öğretmenlik deneyiminin fark etme becerilerini olumlu yönde etkilediği genel kabul görmektedir (Jacobs vd., 2010; Taylan, 2013). Ancak bu çalışmada, bazı deneyimli öğretmenlerin (OÖ4 ve LÖ4) dikkat etme ve yorumlama süreçlerinde beklenenin altında performans sergilediği gözlemlenmiştir. Bu bulgu, Santagata ve Yeh'nin (2016) çalışmasında belirttikleri gibi, deneyimli öğretmenlerin yaklaşık %15-20'sinin derin yorumlama yapmakta zorlandığı yönündeki bulgularla paralellik göstermektedir. Kersting ve arkadaşlarının (2012) çalışmasında da işaret edildiği üzere, öğretmen adaylarının küçük ama anlamlı bir bölümünün (%12) deneyimli meslektaşlarına kıyasla daha iyi analiz becerileri sergileyebildiği görülmüştür.

Berliner (2001) tarafından "plateau effect" olarak tanımlanan bu durum, bazı deneyimli öğretmenlerin mesleki gelişimlerinde belirli bir düzeyde takılı kalmalarıyla açıklanabilir. Buna karşılık, bu çalışmada ÖA1 gibi bazı öğretmen adaylarının fark etme ve yorumlama becerilerinde daha güçlü performans sergilemesi, Blömeke ve Delaney'in (2012) vurguladığı gibi, matematiksel bilgi yapılandırma becerisinin deneyimden bağımsız olarak gelişebileceğini göstermektedir. Borko ve Livingston (1989) tarafından da desteklendiği üzere, öğretmen adayları teorik bilgilerini pratiğe aktarma konusunda bazen deneyimli meslektaşlarından daha esnek ve yenilikçi yaklaşımlar sergileyebilmektedir.

Bu bulgular ışığında, öğretmenlerin fark etme becerilerinin gelişiminde deneyimin tek başına yeterli olmadığı, aynı zamanda sürekli mesleki gelişim ve reflektif uygulamaların kritik rol oynadığı söylenebilir (van Es, 2011; Sherin ve van Es, 2009). Çalışmanın bu özgün katkısı, öğretmen eğitimi programlarında yalnızca deneyim artışına değil, aynı zamanda sistematik gözlem ve yansıtıcı uygulamalara da odaklanılması gerektiğini ortaya koymaktadır.

Karar verme aşamasında ise literatürle güçlü bir örtüşme söz konusudur. Çalışmadaki tüm katılımcıların bu boyutta ya yetersiz ya da sınırlı kanıt sunduğu gözlemlenmiştir. Bu bulgu, Sherin ve van Es (2009) ve Alwast ve Vorhölter (2021) gibi araştırmalarda da dikkat çekilen bir durumdur: öğretmenler çoğu zaman öğrencinin düşüncesini fark etse bile bunu pedagojik

eyleme dönüştürmekte zorlanmaktadır. Özellikle deneyime dayalı reflektif pratiğin zayıf olduğu durumlarda bu geçişin daha da zorlaştığı belirtilmektedir.

Sonuç olarak, bu çalışma öğretmenlerin fark etme becerilerini değerlendirirken sadece niceliksel bir puanlamadan çok, hangi aşamalarda zorlandıkları ve bu zorlanmaların muhtemel bağlamsal nedenleri üzerinde durarak literatüre önemli bir nitel katkı sunmaktadır. Deneyimli öğretmenlerin kurumsal kısıtlamalar nedeniyle pedagojik yaratıcılıktan uzaklaştıkları; buna karşın öğretmen adaylarının bazen daha esnek ve öğrenci odaklı çözümler üretebildikleri gözlenmiştir. Bu durum, öğretmen eğitimi programlarında yalnızca teorik bilgi değil, bağlam temelli, senaryo odaklı ve reflektif çalışmalara da yer verilmesi gerektiğini ortaya koymaktadır.

5.2. MATEMATİKSEL OLARAK ÖNEMLİ PEDAGOJİK FIRSATLAR (MÖF) ÜZERİNDEN TARTIŞMA

Araştırma bulguları, katılımcıların Matematiksel Öğrenme Fırsatlarını (MÖF) tanıma ve değerlendirme becerilerinde Leatham vd. (2015) tarafından ortaya konan çerçeveye paralel şekilde önemli farklılıklar olduğunu göstermektedir. Katılımcıların bir kısmı MÖF durumlarını yalnızca öğrenci hatalarını düzeltme düzeyinde ele alırken, bazıları bu fırsatları öğrencinin matematiksel düşünme süreçlerini derinlemesine anlama ve geliştirme yönünde kullanabilmiştir. Leatham ve arkadaşlarının vurguladığı gibi, ideal MÖF değerlendirmesi yapan katılımcılar, öğrenci düşüncesindeki kavramsal temelleri keşfederek bu anlayışı pedagojik kararlarına entegre edebilmişlerdir. Bu öğretmenler, yalnızca hatayı düzeltmekle kalmayıp, öğrencinin matematiksel akıl yürütmesini zenginleştirecek ve kavramsal öğrenmeyi destekleyecek müdahaleler geliştirebilmişlerdir. Bulgular, öğretmenlerin MÖF'leri değerlendirme becerilerindeki bu çeşitliliğin, Leatham vd. (2015) tarafından tanımlanan "kaçırılan fırsatlar" ile "derinlemesine yorumlama" arasındaki niteliksel farklılıkları yansıttığını ortaya koymaktadır. Özellikle öğrenci düşüncesini pedagojik kararlara dönüştürebilen katılımcıların performansı, MÖF'lerin etkili kullanımının matematik öğretiminin kalitesini nasıl artırabileceğine dair somut örnekler sunmaktadır.

Çalışmada bazı katılımcıların MÖF'leri fark etmede yeterli bir duyarlılık geliştirdikleri, ancak bu farkındalığı öğretimsel karar alma süreçlerine yansıtmakta zorlandıkları gözlemlenmiştir. Bu bulgu, Santagata ve Yeh (2016) ile Kersting vd. (2012)'nin çalışmalarında da vurgulandığı gibi, fark etme ile pedagojik karar verme arasındaki geçişin her zaman otomatik olarak gerçekleşmediğini desteklemektedir. Öğretmenlerin bir durumu fark etmeleri, onu mutlaka öğretimsel fırsata dönüştürecekleri anlamına gelmemektedir. Nitekim bu çalışmada da,

bazı katılımcılar fark ettikleri MÖF'leri yalnızca yüzeysel açıklamalarla geçiştirmiş, öğrenci düşüncesinin altında yatan kavramsal yapıları derinlemesine analiz etmekte yetersiz kalmıştır.

Öğretmenlerin Matematiksel Öğrenme Fırsatlarını (MÖF) değerlendirme süreçlerinde niteliksel farklılıklar dikkat çekmektedir. Araştırma verileri, OÖ3 ve LÖ2 kodlu katılımcıların özellikle iki yönlü bir beceri sergilediğini ortaya koymaktadır: hem öğrenci düşüncesindeki matematiksel fırsatları doğru şekilde tanımlayabilme hem de bu fırsatları kavramsal öğrenmeyi destekleyecek pedagojik müdahalelere dönüştürebilme. Bu öğretmenlerin yaklaşımı incelendiğinde, öğrenci yanılgılarını salt düzeltilmesi gereken hatalar olarak değil, matematiksel anlamanın derinleştirilebileceği pedagojik fırsatlar olarak ele aldıkları gözlemlenmiştir.

Bu bulgular, Ball, Thames ve Phelps (2008) tarafından geliştirilen pedagojik içerik bilgisi (PCK) modelindeki temel varsayımla örtüşmektedir. Söz konusu model, etkili matematik öğretiminin yalnızca alan bilgisine değil, aynı zamanda öğrencilerin düşünme süreçlerini analiz edebilme ve bu analizleri uygun öğretim stratejilerine dönüştürebilme becerisine dayandığını vurgulamaktadır. Dolayısıyla, öğretmen eğitimi programlarında bu iki boyutun - matematiksel bilgi ve pedagojik dönüşüm becerisi - bütünleşik şekilde ele alınması gerektiği açıkça görülmektedir.

Bununla birlikte, bazı bulgular literatürdeki genel eğilimlerle tam olarak örtüşmemektedir. Örneğin, literatürde deneyimli öğretmenlerin genellikle yüksek düzeyde fark etme ve pedagojik tepki verme becerisi sergilediği ifade edilirken (Santagata, 2011), bu araştırmada bazı deneyimli öğretmenlerin (örneğin OÖ4) öğrenci düşüncelerine yüzeysel tepkiler verdiği görülmüştür. Bu bulgu, öğretmenlikte geçirilen yılların tek başına fark etme becerisini geliştirmek için yeterli olmayabileceğini düşündürmektedir. Bu durum, Hadar ve Brody (2016) tarafından yapılan çalışmada da vurgulanmıştır.

Öte yandan, bazı öğretmen adaylarının (örneğin ÖA1) belirli durumlarda beklenenden daha derin analizler yapabildiği gözlemlenmiştir. Bu bulgu, van Es ve Sherin (2021) çalışmasında belirtildiği gibi, bireysel farklılıkların öğretmenlerin fark etme süreçlerini etkileyebileceğini göstermektedir.

Araştırma bulguları, öğretmen ve öğretmen adaylarının pedagojik karar alma süreçlerinde bağlamsal faktörlerin kritik bir rol oynadığını ortaya koymaktadır. Verilerin analizi, katılımcıların kendi uzmanlık alanlarına ve aşina oldukları sınıf düzeylerine ait senaryolarda daha derinlemesine ve nitelikli pedagojik tepkiler geliştirdiğini göstermektedir. Buna karşılık, farklı gelişim düzeylerine veya branşlara ait senaryolarda ise tepkilerin daha yüzeysel kaldığı

gözlemlenmiştir. Bu bulgular, Shulman'ın (1987) pedagojik içerik bilgisi kuramında vurguladığı "bağlamsal bilgi" (contextual knowledge) kavramını destekler niteliktedir. Öğretmenlerin belirli bir sınıf düzeyindeki öğrencilerin bilişsel özelliklerini, öğrenme süreçlerini ve müfredat kazanımlarını bilmesinin, matematiksel öğrenme fırsatlarını tanıma ve değerlendirme becerilerini önemli ölçüde etkilediği anlaşılmaktadır.

Sherin ve van Es (2009) tarafından yapılan çalışmalarla paralel şekilde, araştırma sonuçları öğretim bağlamının fark etme becerileri üzerindeki belirleyici etkisini doğrulamaktadır. Öğretmenlerin aşina oldukları pedagojik bağlamlarda, öğrenci düşüncesini analiz etme ve uygun müdahale stratejileri geliştirme konusunda daha başarılı oldukları görülmektedir. Bu durum, mesleki gelişim programlarında bağlamsal faktörlerin dikkate alınması gerekliliğini ortaya koymaktadır.

Ancak araştırma bulguları, öğretmenlerin pedagojik duyarlılıklarının sadece mevcut görev yaptıkları kademeyle sınırlı olmadığını da ortaya koymaktadır. Özellikle LÖ2 kodlu katılımcının ortaokul düzeyindeki senaryoda, OÖ1 kodlu katılımcının ise ortaokul düzeyimdeki senaryoda beklenenin üzerinde bir pedagojik derinlik sergilemesi dikkat çekicidir. Bu durum, öğretmenlik deneyiminin çok katmanlı bir yapıya sahip olduğunu ve farklı eğitim kademelerinde edinilen kazanımların transfer edilebildiğini göstermektedir. Simpson, Vondrová ve Žalská (2018) tarafından yapılan çalışma da bu bulguyu destekler niteliktedir. Araştırmacılar, öğretmenlerin fark etme becerilerinin yalnızca mevcut görev yaptıkları kademeyle değil, aynı zamanda geçmiş öğretim deneyimleri ve farklı sınıf düzeylerinde yaptıkları gözlemlerle de şekillendiğini ortaya koymuştur. Bu bağlamda, öğretmenlerin mesleki gelişim süreçlerinde çok kademeli deneyimlerin ve farklı bağlamlarda yapılandırılmış gözlem fırsatlarının önemli bir rol oynadığı söylenebilir.

Öğretmenlerin öğrenci düşüncesini anlama ve değerlendirme becerileri, konunun soyutluk düzeyine ve MÖF türüne bağlı olarak farklılıklar gösterdiği gözlemlenmiştir. Özellikle daha soyut matematiksel kavramlar (örneğin, değişkenler, çarpanlar, denklem çözümü) içeren senaryolarda hem öğretmen adaylarının hem de deneyimli öğretmenlerin öğrenci düşüncesini anlamada ve pedagojik olarak değerlendirmede daha fazla zorlandıkları söylenebilir.

Özellikle, soyut düzeyde problem içeren senaryolarda öğretmenlerin büyük bir bölümünün, öğrencinin verdiği cevabın doğru olup olmadığını kontrol etmeye odaklandığı, ancak öğrencinin nasıl düşündüğünü ortaya çıkarmaya yönelik açık uçlu sorular sormakta yetersiz kaldığı belirlenmiştir. Bu bulgu, Barnhart ve van Es (2015) tarafından yapılan çalışmayla da uyumludur. Araştırmalarında, öğretmenlerin öğrenci düşüncelerine

odaklanmalarının, verilen matematiksel görevlerin doğasına ve soyutluk derecesine bağlı olarak değiştiği vurgulanmıştır.

Benzer şekilde, Simpson ve Haltiwanger (2017), öğretmenlerin soyut matematiksel içerikli senaryolarda, öğrenci yanıtlarını yüzeysel düzeyde kontrol etme eğiliminde olduklarını, oysa daha somut içerikli durumlarda öğrenci düşüncelerini daha derinlemesine sorguladıklarını göstermiştir. Bu durum, senaryoların içeriği ve karmaşıklık düzeyinin, öğretmenlerin fark etme becerilerini ve verdikleri pedagojik tepkilerin kalitesini doğrudan etkilediğini düşündürmektedir.

Matematiksel Öğrenme Fırsatlarına verilen tepkilerin analizi, katılımcıların büyük çoğunluğunun "detaylı inceleme" düzeyine ulaşmakta zorlandığını ortaya koymuştur. Bu durum, öğretmen eğitimi programlarında öğrenci düşüncesini derinlemesine analiz etme ve uygun pedagojik müdahaleler geliştirme becerilerinin nasıl kazandırılabileceği sorusunu gündeme getirmektedir. Jacobs ve arkadaşlarının (2010) vurguladığı gibi, öğretmenlerin etkili öğretim kararları alabilmeleri için sistematik olarak fark etme becerilerini geliştirmeye yönelik eğitimlere ihtiyaç duydukları görülmektedir. Bu bağlamda, öğretmen adaylarının farklı öğrenci düşünme biçimleriyle karşılaşmalarını ve bunları yorumlama becerilerini geliştirmelerini sağlayacak uygulamaların önemi ortaya çıkmaktadır. Video temelli analizler, senaryo çalışmaları ve yapılandırılmış yansıtıcı uygulamalar gibi yöntemler, MÖF'leri tanıma ve değerlendirme becerilerinin geliştirilmesinde etkili araçlar olarak öne çıkmaktadır.

Araştırmanın genel bulguları, öğretmenlerin matematiksel öğrenme fırsatlarını fark etme ve bu fırsatları değerlendirme düzeylerinde önemli farklılıklar olduğunu göstermektedir. Bu farklılıklar, bireysel özelliklerin, bağlamsal faktörlerin ve mesleki deneyimlerin pedagojik karar alma süreçleri üzerindeki etkisini açıkça ortaya koymaktadır. Bu sonuçlar ışığında, öğretmen eğitimi programlarında sadece fark etme becerilerinin geliştirilmesine değil, aynı zamanda bu becerilerin etkili öğretim stratejilerine dönüştürülebilmesine yönelik uygulamalara daha fazla yer verilmesi önerilebilir. Özellikle mikro öğretim uygulamaları, vaka analizleri ve mentorluk çalışmaları gibi yöntemlerin, öğretmen adaylarının hem fark etme hem de pedagojik müdahale becerilerini bütünleşik bir şekilde geliştirmelerine katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu bölümde çalışmadan elde edilen sonuçlara ve bu sonuçlara dayalı olarak öğretmenlere ve ileride yapılacak olan araştırmalara yönelik önerilere yer verilmiştir.

6.1. ARAŞTIRMANIN SONUÇLARI

Bu araştırma, öğretmen ve öğretmen adaylarının Cebir Öğretimi bağlamında öğrenci düşüncelerini fark etme becerilerini ve bu düşünceler üzerinden matematiksel olarak önemli pedagojik fırsatları (MÖF) değerlendirme biçimlerini incelemiştir. Jacobs, Lamb ve Philipp'in (2010) öğretim anında fark etme çerçevesi temel alınarak yapılan analizler, katılımcıların öğrencilerin matematiksel düşüncelerine yönelik dikkat etme, yorumlama ve karar verme süreçlerinde farklı düzeylerde performans sergilediklerini ortaya koymuştur.

Çalışmanın bulguları, genel olarak katılımcıların öğrenci düşüncesine yönelik fark etme becerilerinde sınırlılıklar yaşadıklarını göstermektedir. Tüm katılımcılar arasında güçlü kanıt sunabilenler sayıca azdır; özellikle karar verme aşamasında yetersiz kanıt oranı oldukça yüksektir. Bu durum, öğretmen ve öğretmen adaylarının pedagojik müdahalelerinde çoğu zaman öğrenci düşüncesinin derinliğine inmek yerine yüzeysel ve doğrudan çözüm odaklı stratejileri tercih ettiklerini göstermektedir.

Bununla birlikte, bazı katılımcıların belirli senaryolarda öğrenci yanıtlarını anlamlandırmak için yönlendirici sorular kullandıkları, hataların kaynağını kavramsal düzeyde analiz etmeye çalıştıkları ve öğrencinin matematiksel düşüncesini öğretim sürecine dâhil etmeye yönelik müdahalelerde bulundukları gözlenmiştir. Bu durum, fark etme becerilerinin yalnızca içerik bilgisiyle değil, öğretmenlerin pedagojik hassasiyeti, yansıtma becerisi ve öğretim yaklaşımlarıyla da şekillendiğini ortaya koymaktadır.

Senaryo temelli veri toplama süreci, katılımcıların fark etme becerilerinde bağlamsal değişkenlerin etkili olduğunu göstermiştir. Katılımcılar, kendi öğretim kademelerine ait içeriklere daha aşina oldukları senaryolarda öğrenci düşüncesine daha anlamlı ve derinlemesine müdahalelerde bulunabilmiş, farklı düzeye ait içeriklerde ise daha çok prosedürel veya doğrucu tepkiler üretmişlerdir. Bu durum, öğretmenlerin bağlamsal bilgi (contextual knowledge) ile fark etme becerileri arasında bir ilişki olduğunu düşündürmektedir. Sherin ve van Es (2009), öğretmenlerin yalnızca öğrencinin ne yaptığına değil, neden böyle düşündüğüne de odaklanması gerektiğini vurgulamaktadır. Bu çalışma da benzer biçimde, öğretim bağlamı, içerik bilgisi ve farkındalık düzeyinin birlikte düşünülmesi gerektiğini göstermektedir.

Araştırmanın önemli bulgularından biri de öğretmen deneyiminin, fark etme becerilerini otomatik olarak geliştirmediğidir. Her ne kadar deneyimli öğretmenler genel olarak daha anlamlı yorumlar yapabilmiş olsa da, bazı deneyimli öğretmenlerin (örneğin OÖ4 ve LÖ4) çoğu durumda yetersiz ya da sınırlı pedagojik tepkiler verdiği görülmüştür. Bu durum, öğretmenlikte geçirilen sürenin tek başına yeterli olmadığını; fark etme becerisinin yapılandırılmış gözlem, yansıtma ve meslekî gelişim uygulamaları ile desteklenmesi gerektiğini göstermektedir (Barnhart ve van Es, 2015; Hadar ve Brody, 2016).

Buna karşılık bazı öğretmen adaylarının (örneğin ÖA1) belirli senaryolarda öğrencinin düşünce sürecine odaklanan, kavramsal sorgulamalara açık yanıtlar verdiği gözlemlenmiştir. Bu bulgu, Taylan (2013) ve Simpson et al. (2018) gibi çalışmalarda da ifade edildiği gibi, öğretmen adaylarının bireysel farkındalıkları, öğretimsel ön öğrenmeleri ve pedagojik refleksiyon becerilerinin fark etme davranışlarını olumlu yönde etkileyebileceğini göstermektedir.

Sonuç olarak, bu araştırma öğretmen fark etme becerilerinin gelişiminin doğrusal bir süreç olmadığını; bireysel özellikler, öğretim bağlamı, içerik düzeyi, görev yapısı ve meslekî gelişim gibi çok boyutlu unsurlardan etkilendiğini ortaya koymuştur. Bu nedenle öğretmen eğitimi programlarında, öğretmenlerin öğrenci düşüncesini anlamaya yönelik sistematik ve yapılandırılmış deneyimlere (senaryo analizi, video çözümleme, meslektaşla tartışma, yansıtıcı yazma gibi) yer verilmesi gereklidir. Yalnızca öğrenci hatasını tanımaya değil, bu hatanın altında yatan düşünceyi pedagojik olarak işleme yönelen uygulamaların, öğretmenlerin meslekî farkındalığını artırma potansiyeli taşıdığı düşünülmektedir.

Bu bağlamda, araştırmanın genel sonuçları şu şekilde özetlenebilir:

(1) Katılımcıların büyük çoğunluğu, öğrenci düşüncelerini fark etme ve bu düşünceleri pedagojik fırsata dönüştürme konusunda sınırlılıklar göstermiştir. Özellikle yorumlama ve karar verme aşamalarında, öğrenci düşüncesini derinlemesine analiz etme yerine, daha yüzeysel açıklamalar ve genel müdahaleler tercih edilmiştir.

(2) Bazı katılımcılar, öğrenci yanıtlarında yer alan pedagojik fırsatları fark etmiş olsa da, bu durum her zaman öğretimsel açıdan anlamlı bir müdahaleye dönüşmemiştir. MÖF'ün tanınması ile bu fırsatın öğretimsel olarak değerlendirilmesi arasında her katılımcıda tutarlı bir bütünlük gözlemlenmemiştir.

(3) Katılımcıların kendi öğretim düzeylerine ait senaryolarda daha dikkatli ve anlam odaklı açıklamalar sunduğu görülmüştür. Aşinalık duyulan sınıf düzeyinde, öğrenci düşüncesini anlama ve açıklama çabalarının daha belirgin olduğu gözlemlenmiştir.

(4) Fark etme ve pedagojik fırsata dönüştürme süreçlerinde, tüm katılımcılar arasında dikkat çeken bireysel farklılıklar gözlemlenmiştir. Bazı katılımcılar öğrenci düşüncesini derinlemesine analiz edebilmiş, bazıları ise daha yüzeysel açıklamalarla yetinmiştir. Bu durum, fark etme becerilerinin bireysel yaklaşımlar ve öğretimsel deneyimlerle şekillendiğini göstermektedir.

(5) Senaryolardaki matematiksel içeriklerin yapısı, katılımcıların öğrenci düşüncesine yönelik açıklamalarında çeşitlilik göstermelerine neden olmuştur. Özellikle soyut ya da alışılmışın dışında kurgulanmış durumlarda, bazı katılımcıların öğrenci düşüncesini yüzeysel yorumladığı, daha tanıdık içeriklerde ise düşünsel süreçlere daha derinlemesine yaklaşabildikleri gözlemlenmiştir.

(6) Katılımcıların, öğrenci düşüncesinden yola çıkarak anlamlı öğretimsel kararlar üretme konusunda çeşitli güçlükler yaşadıkları dikkat çekmektedir. Bu durum, öğretmen eğitimi süreçlerinde yalnızca fark etme becerilerinin değil, bu becerilerin öğretim sürecine aktarılmasına yönelik uygulamaların da önemsenmesi gerektiğini göstermektedir.

Bu çalışma, öğretmen eğitiminde profesyonel fark etme becerilerinin geliştirilmesine yönelik yapılandırılmış senaryo çalışmaları, video analizi etkinlikleri ve yansıtıcı tartışmaların önemini vurgulamaktadır. Ayrıca, öğretmen adaylarının yalnızca matematiksel içerik bilgisini değil, aynı zamanda öğrenci düşüncelerine yönelik duyarlılık ve pedagojik esneklik geliştirmeleri gerektiği sonucuna ulaşılmıştır.

Gelecek araştırmaların, farklı matematiksel konular, çeşitli öğrenci profilleri ve daha uzun süreli müdahale programları kullanarak MÖF çeşitliliğini ve öğretmen tepkilerinin evrimini daha kapsamlı şekilde incelemesi önerilmektedir.

6.1.1. Çalışmanın Katkıları

Bu araştırma, öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının öğrenci düşüncelerini fark etme ve matematiksel olarak önemli pedagojik fırsatlara (MÖF) yönelik tepkilerini nitel bir analiz çerçevesinde detaylı şekilde inceleyerek alana özgün katkılar sunmaktadır. Çalışmanın başlıca katkıları şu şekilde özetlenebilir:

MÖF Temelli Ayrıntılı Kodlama ve Analiz: Çalışmada, MÖF durumları hem "doğru yanıt odaklı" hem de "matematiği anlama odaklı" tepkiler çerçevesinde detaylı biçimde sınıflandırılmıştır. Bu ayrım, öğretmen tepkilerinin yalnızca doğruluğa değil, öğrenci düşüncesinin anlaşılmasına odaklı analiz edilmesine olanak tanımıştır.

Deneyim Düzeyinin Fark Etme Becerilerine Etkisi: Katılımcıların fark etme becerileri, deneyim düzeyinden ziyade bireysel pedagojik yaklaşımları, içerik bilgisi ve öğretim bağlamına dair aşinalıkları doğrultusunda çeşitlenmiştir. Bazı öğretmen adaylarının derinlemesine yorumlar yapabildiği, bazı deneyimli öğretmenlerin ise yüzeysel tepkilerle yetindiği durumlar gözlemlenmiş; fark etme becerilerinin gelişiminin yalnızca öğretmenlik deneyimiyle açıklanamayacak kadar karmaşık ve çok boyutlu olduğu dikkat çekmiştir.

Senaryo Tabanlı Ölçümlerin Kullanımı: Çalışmada kullanılan özgün senaryo temelli analizler, öğretmenlerin soyut ve Cebirsel içeriklerde öğrenci düşüncelerine nasıl yaklaştığını incelemeye imkân sağlamıştır. Bu yöntem, öğretmen eğitiminde senaryo kullanımının önemini vurgulayan literatüre somut katkılar sunmuştur.

MÖF'lerin Öğretim Anı Davranışlarına Etkisi Üzerine Bulgular: Araştırma, öğretmenlerin öğrencilerin hatalı düşüncelerine verdikleri yanıtları analiz ederek, öğretim sırasında ortaya çıkan pedagojik fırsatların nasıl fark edildiği veya fark edilemediği konusunda zengin bir nitel veri seti sağlamıştır.

Türkçe Literatüre Katkı: Matematik öğretiminde "öğretim anında fark etme" ve MÖF kavramlarına odaklanan Türkçe kaynakların sınırlı olduğu dikkate alındığında, bu çalışma, özellikle öğretmen adaylarının profesyonel gelişimi alanında önemli bir boşluğu doldurmaktadır.

Uygulamalı Çıkarımlar: Elde edilen bulgular, öğretmen yetiştirme programlarında MÖF fark etme ve pedagojik tepki verme becerilerini geliştirmeye yönelik yapılandırılmış uygulamaların (örneğin vaka analizi, video analizi gibi) önemini vurgulamaktadır.

Sonuç olarak, bu çalışma, öğretmenlik mesleğinin merkezinde yer alan öğrenci düşüncesine duyarlılık becerisinin gelişimi konusunda hem kuramsal hem de uygulamalı düzeyde önemli katkılar sunmuş, ilerleyen çalışmalar için zengin bir zemin oluşturmuştur.

6.2. ÖNERİLER

Bu araştırmadan elde edilen bulgular doğrultusunda, öğretmen adaylarının ve deneyimli öğretmenlerin öğrenci düşüncelerini fark etme ve matematiksel olarak önemli pedagojik fırsatlara (MÖF) yanıt verme becerilerinin geliştirilmesine yönelik çeşitli öneriler sunulmuştur:

1. Öğretmen eğitim programlarında profesyonel fark etme becerilerine yönelik yapılandırılmış eğitimler sağlanmalıdır: Öğretmen adaylarının yalnızca matematiksel içerik

bilgisini değil, öğrenci düşüncelerine yönelik duyarlılıklarını da geliştirmeye yönelik kurs içerikleri oluşturulmalıdır. Özellikle, öğrenci hatalarını analiz etmeye, kavramsal yanlış anlamaları keşfetmeye ve pedagojik fırsatları öğretimsel kazanca dönüştürmeye yönelik uygulamalı dersler programa entegre edilmelidir.

2. Senaryo tabanlı ve video tabanlı öğrenme ortamları artırılmalıdır: Öğretmen adaylarının ve hizmet içi öğretmenlerin gerçek öğrenci düşüncelerini analiz edebilmeleri için, sınıf içi durumları yansıtan senaryo temelli etkinlikler ve video analizi çalışmaları yaygınlaştırılmalıdır. Bu uygulamalar sayesinde öğretmenler, farklı öğrenci yanıtlarını fark etmeyi ve pedagojik stratejiler geliştirmeyi öğrenebilirler.

3. Açık uçlu soru sorma ve öğrenci düşüncesini ortaya çıkarma teknikleri eğitimi verilmelidir: Özellikle öğretmen adaylarının açık uçlu sorular sorma, öğrencinin çözüm sürecini detaylandırmasını sağlama ve öğrenci düşüncesini yapılandırma konularında sistematik olarak desteklenmesi gerekmektedir. Ders anlatımlarında yalnızca doğru cevaba ulaşmaya değil, öğrencinin düşünme sürecini irdelemeye odaklanmaları teşvik edilmelidir.

4. Hizmet içi eğitim programları süreklilik ve derinlik temelli tasarlanmalıdır: Deneyimli öğretmenlerin bile zaman zaman öğrenci düşüncelerine yüzeysel yaklaştıkları göz önünde bulundurularak, mesleki gelişim faaliyetlerinin sürekliliği sağlanmalıdır. Öğretmenler, yalnızca bilgi güncelleme değil, pedagojik refleksiyon ve sınıf içi uygulamalarını sorgulama becerileri üzerinde de çalışmalıdır.

5. MÖF'lerin belirlenmesi ve pedagojik yorumlama becerisi için özel atölye çalışmaları düzenlenmelidir: Matematik öğretiminde MÖF'lerin tanınması, doğru pedagojik müdahalelerle zenginleştirilmesi için öğretmen adaylarına yönelik özel atölye çalışmaları organize edilmelidir. Bu atölyelerde, öğretmenler hem teorik bilgi edinecek hem de vaka analizleri ve mikro öğretimlerle beceri geliştireceklerdir.

6. Öğrencilerin farklı matematiksel anlayışları üzerine odaklanan araştırmalar teşvik edilmelidir: Gelecek araştırmalar, farklı yaş gruplarındaki öğrencilerin çeşitli matematiksel konularda ürettikleri düşünceleri inceleyerek, öğretmenlerin bu düşünceleri nasıl fark ettiğini ve nasıl değerlendirdiğini daha kapsamlı şekilde ortaya koymalıdır. Özellikle soyut ve cebirsel konulardaki öğrenci düşüncesi analizi önemlidir.

7. Eğitim politikalarında MÖF farkındalığını artırmaya yönelik düzenlemeler yapılmalıdır: MEB öğretmen yeterlilik çerçevesine MÖF farkındalık standartları eklenebilir. Okul bazlı performans göstergelerinde, öğretmenlerin öğrenci düşüncesine duyarlılık

düzeylerini ölçen kriterlere yer verilmelidir. Hizmet içi eğitimlerin kariyer basamaklarıyla ilişkilendirilmesi, öğretmenlerin bu eğitimlere katılımını teşvik edecektir.

6.2.1. Gelecek Çalışmalar İçin Öneriler

Bu araştırmanın bulguları önemli sonuçlar ortaya koymakla birlikte, bazı sınırlamalar dikkate alınmalıdır:

Bu çalışma, 12 öğretmen ve öğretmen adayının katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın küçük ölçekli ve homojen bir örneklemle sınırlı olması, sonuçların genellenebilirliğini zayıflatmaktadır. Gelecek araştırmalarda bu çalışmada olduğu gibi farklı bölgelerden ancak daha çeşitli bir katılımcı grubuyla yürütülecek çalışmalar, daha çeşitli bulgulara ulaşılıp daha geniş çıkarımlar yapılmasını sağlayabilir.

Bu çalışmada, öğretmenlerin karar verme süreçlerini ve pedagojik yaklaşımlarını incelemek amacıyla senaryo temelli analizler ve yarı yapılandırılmış görüşmeler kullanılmıştır. Bu yöntemler, katılımcıların teorik bilgilerini ve ideal durumlardaki tepkilerini derinlemesine anlamak açısından değerli veriler sağlamıştır. Ancak, gerçek sınıf ortamlarının doğrudan gözlemlenmemiş olması, öğretmenlerin günlük uygulamalarındaki doğal davranışlarını tam olarak yansıtmayabilir. Çünkü senaryolar, kontrollü bir ortam sunarken; sınıfta karşılaşılan dinamikler (öğrenci etkileşimleri, zaman kısıtlamaları, okul kültürü gibi faktörler) bu analizlere tam olarak dahil edilememiştir. İleriki çalışmalarda öğretmenlerin gerçek sınıf ortamlarında öğrenci düşüncelerini fark etme ve pedagojik fırsatları değerlendirme süreçleri doğrudan gözlemlenerek daha kapsamlı analizler yapılabilir.

Bu çalışma, matematik öğretiminde öğretmenlerin MÖF durumlarını fark etme ve tepki verme süreçlerini incelemek amacıyla Cebir öğrenme alanı odaklı tasarlanmıştır. Cebir konularının seçilmesi, bu alandaki kavramsal zorlukların sıkça gözlemlenmesi ve öğretmenlerin pedagojik kararlarını net bir şekilde yansıtabilecek senaryolar sunması açısından araştırmaya katkı sağlamıştır. Ancak, matematik disiplininin diğer alanları (geometri, olasılık, sayılar vb.) farklı soyutlama düzeyleri, temsil çeşitliliği ve öğrenci zorlukları içerdiğinden, öğretmenlerin MÖF'e yönelik farkındalık ve müdahale stratejileri içerik bağlamına göre değişiklik gösterebilir. İleride, farklı matematiksel bağlamlarda yapılacak çalışmalar, öğretmenlerin içerik bağımlılığı stratejilerini anlamada bütüncül bir bakış sağlayacaktır.

Çalışma, öğretmenlerin MÖF'lere yönelik anlık tepkilerini inceleyerek değerli bulgular sunmuştur. Ancak, pedagojik becerilerin zamanla nasıl olgunlaştığı ve dönüştüğü bu araştırmanın kapsamı dışında kalmıştır. Öğretmen gelişiminin doğasını daha iyi anlamak için,

gelecekte anlık tepkilerle uzun vadeli öğretim stratejilerini ilişkilendiren boylamsal çalışmalar yapılması önerilmektedir. Bu tür araştırmalar, öğretmen eğitimi programlarının daha etkili tasarlanmasına katkı sağlayacaktır.

Bu çalışma, MÖF fark etme becerilerinin geliştirilmesi için profesyonel gelişim programlarına duyulan ihtiyacı ortaya koymuştur. Gelecek araştırmalarda, video analizi ve vaka çalışmaları gibi müdahalelerin etkililiğini ölçmek üzere kontrollü deneysel çalışmalar yapılması önerilmektedir. Bu tür çalışmalar, öğretmen eğitimi programlarının kanıta dayalı olarak iyileştirilmesine önemli katkılar sağlayacaktır. Özellikle ön test-son test desenleri ve uzun vadeli izleme çalışmaları, müdahalelerin kalıcı etkilerini değerlendirmede kritik olacaktır.

Bu araştırmanın bulguları, farklı kültürlerde ve eğitim sistemlerinde MÖF değerlendirme süreçlerinin nasıl işlediğini inceleyen karşılaştırmalı çalışmalar için temel oluşturmaktadır. Kültürlerarası araştırmalar, öğretmenlerin öğrenci düşüncesini yorumlama ve müdahale stratejilerindeki benzerlik ve farklılıkları ortaya koyarak, kültürel bağlamın öğretim uygulamalarına etkisini anlamamızı sağlayacaktır. Bu tür çalışmalar için ortak ölçütlerin belirlendiği çok uluslu araştırma konsorsiyumları önerilmektedir.

6.3. GENEL DEĞERLENDİRME

Bu araştırma, matematik öğretimi sürecinde öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının öğrenci düşüncelerini fark etme mekanizmalarını ve matematiksel olarak önemli pedagojik fırsatlara (MÖF) verdikleri tepkileri sistematik biçimde inceleyerek alana özgün bir katkı sağlamıştır. Çalışmanın bulguları, fark etme becerisi ile pedagojik müdahale kalitesi arasındaki kritik bağlantıyı ortaya koyarken, etkili matematik öğretiminin temel dinamiklerini anlamamıza yardımcı olmaktadır.

Araştırmanın en çarpıcı sonuçlarından biri, öğrencilerin hatalı veya eksik düşüncelerinin yalnızca düzeltilmesi gereken problemler değil, aynı zamanda matematiksel kavrayışın derinleştirilebileceği pedagojik fırsatlar sunduğunu net biçimde göstermesidir. Bu bulgu, geleneksel "hatacı" yaklaşım yerine "fırsat odaklı" bir öğretim paradigmasının benimsenmesi gerekliliğini vurgulamaktadır. Öğretmenlerin bu fırsatları değerlendirme becerileri, yalnızca bireysel derslerin etkililiğini değil, öğrencilerin uzun vadeli matematiksel gelişimlerini de şekillendiren temel bir faktör olarak karşımıza çıkmaktadır.

Çalışmanın teorik katkıları kadar pratik çıkarımları da dikkat çekicidir. Elde edilen veriler, öğretmen eğitimi programlarında üç temel alanda yeniden yapılandırmaya ihtiyaç olduğunu göstermektedir: (1) öğretim anında gözlem ve analiz becerilerinin geliştirilmesi, (2)

pedagojik karar verme süreçlerinin zenginleştirilmesi ve (3) öğrenci düşüncesini merkeze alan esnek öğretim stratejilerinin kazandırılması. Bu bulgular, hizmet öncesi ve hizmet içi öğretmen eğitiminin içerik ve yöntemlerine ilişkin önemli ipuçları sunmaktadır.

Araştırmanın metodolojik yaklaşımı, öğretmenlerin karar verme süreçlerini doğal bağlamlarına yakın şekilde incelemeye olanak tanıması bakımından önemlidir. Senaryo temelli analizler ve derinlemesine görüşmeler yoluyla, katılımcıların teorik bilgileri ile pratik tepkileri arasındaki ilişki detaylı şekilde ortaya konmuştur. Bu yöntemsel tercih, öğretmen eğitimi araştırmalarında kavramsal bilgi ile uygulama becerileri arasındaki köprüyü anlamamıza yardımcı olmaktadır.

Çalışmanın, öğrenci merkezli matematik öğretimi anlayışının geliştirilmesine yaptığı katkılar şu şekilde özetlenebilir:

(1) Öğretmenlerin "doğru cevap" odaklı yaklaşımlardan "düşünme süreci" odaklı yaklaşımlara geçişini destekleyecek veriler sunması

(2) Matematiksel anlamanın çok boyutlu doğasını yansıtan pedagojik stratejilerin önemini vurgulaması

(3) Öğretim uygulamalarının, öğrencilerin bireysel öğrenme yollarını destekleyecek şekilde çeşitlendirilmesi gerekliliğini ortaya koyması

Sonuç olarak, bu araştırma matematik eğitimi literatürüne hem teorik hem de uygulamalı düzeyde önemli katkılar sağlamaktadır. Bulgular, öğretmen eğitiminin içeriği ve uygulanma biçimleri hakkında yeniden düşünmeye davet ederken, gelecek araştırmalar için de zengin bir yol haritası sunmaktadır. Özellikle öğretmenlerin mesleki gelişim süreçlerinin desteklenmesi ve matematik öğreniminde eşitlikçi uygulamaların yaygınlaştırılması bağlamında, bu çalışmanın bulgularının uygulayıcılar ve politika yapıcılar tarafından dikkate alınması büyük önem taşımaktadır.

KAYNAKLAR

Akkaya, R. ve Durmuş, S. (2006). İlköğretim 6-8. sınıf öğrencilerinin Cebir öğrenme alanındaki kavram yanılgıları. Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 31, 1-12.

Altun, M. (2018). *Ortaokullarda Matematik Öğretimi,* Aktüel 16 Yayınları, Bursa, ISBN:978-975-2532-54-0

Alwast, H., ve Vorhölter, K. (2021). Teachers' noticing in the context of functions: A case study. *International Journal of Science and Mathematics Education, 19*(5), 937–957.

Amador, J. M., ve Carter, I. S. (2018). Audible conversational affordances and constraints of verbalizing professional noticing during prospective teacher lesson study. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *21*, 5-34.

Bağcı, H., ve Okur, M. (2021). Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programları Cebir Öğrenme Alanındaki Kazanımların Bilişsel İstem Düzeylerindeki Eğilimleri. *Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *41*(1), 223-274.

Ball, D. L. (1990). The Mathematical understandings that prospective teachers bring to teacher education, Elementary School Journal, 90 (4), 449-466

Ball, D. L. (1993). With an eye on the mathematical horizon: Dilemmas of teaching elementary school mathematics. The Elementary School Journal, 93(4), 373-397.

Ball, D. L., ve Bass, H. (2009). With an eye on the mathematical horizon: Knowing mathematics for teaching to learners' mathematical futures. In M. Neubrand (Ed.), Beiträge zum Mathematikunterricht 2009: Vorträge auf der 43. Tagung für Didaktik der Mathematik vom 2. – 6. März 2009 in Oldenburg (Bände 1 und 2, pp. 11–29). Münster: WTM-Verlag

Ball, D. L., Thames, M. H., ve Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education, 59*(5), 389-407.

Barnhart, T. ve van Es, E. (2015). Studying teacher noticing: Examining the relationship among pre-service science teachers' ability to attend, analyze and respond to student thinking. Teaching and Teacher Education, 45, 83-93.

Bastian, A., Kaiser, G., Meyer, D., Schwarz, B., ve König, J. (2022). Teacher noticing and its growth toward expertise: An expert–novice comparison with pre-service and in-service secondary mathematics teachers. *Educational Studies in Mathematics*, *110*(2), 205-232.

Baş, S. (2014). *An Investigation of teachers' noticing of students' mathematical thinking in the context of a professional development program*. Middle East Technical University.

Baş, S., Çetinkaya, B. ve Erbaş, A. K. (2011). Öğretmenlerin dokuzuncu sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme yapılarıyla ilgili bilgileri. Eğitim ve Bilim, 36(159), 41-55.

Berliner, D. C. (2001). Learning about and learning from expert teachers. *International Journal of Educational Research, 35*(5), 463-482.

Blanton, M., Brizuela, B., Stephens, A., Knuth, E., Isler, I., Gardiner, A., Stroud, R., Fonger, N., ve Stylianou, D. (2018). *Implementing a Framework for Early Algebra*. In C. Kieran (Ed.), Teaching and Learning Algebraic Thinking with 5- to 12-year-olds. Springer International Publishing.

Blanton, M., Levi, L., Crites, T., ve Dougherty, B. (2011). *Developing Essential Understanding of Algebraic Thinking for Teaching Mathematics in Grades 3-5*. National Council of Teachers of Mathematics.

Blomberg, G., Renkl, A., Gamoran Sherin, M., Borko, H., ve Seidel, T. (2013). Five research-based heuristics for using video in pre-service teacher education. *Journal for educational research online*, *5*(1), 90-114.

Blömeke, S., ve Delaney, S. (2012). Assessment of teacher knowledge across countries: A review of the state of research. *ZDM Mathematics Education, 44*(3), 223-247.

Boaler, J. (2015). *Fluency without fear: Research evidence on the best ways to learn math facts.* YouCubed.

Bogdan, R. and Biklen, S. K. (1997). Qualitative research for education. Allyn ve Bacon Boston, MA

Borko, H., ve Livingston, C. (1989). Cognition and improvisation: Differences in mathematics instruction by expert and novice teachers. *American Educational Research Journal, 26*(4), 473-498.

Braun, V., ve Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology, 3*(2), 77-101.

Bütün, M. (2011). Matematik öğretmenlerinin alan eğitimi bilgi yapılarının incelenmesinde senaryo tipi mülakat sorularının kullanımı. Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi, 16, 105-115

Chi, M.T.H., Glaser, R., ve Farr, M. (1988). The nature of expertise. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum

Choy, B. H. (2013). Productive Mathematical Noticing: What It Is and Why It Matters. *Mathematics Education Research Group of Australasia*.

Choy, B. H. (2016). Snapshots of mathematics teacher noticing during task design. *Mathematics Education Research Journal*, *28*(3), 421-440.

Creswell, J. W. (1998). Qualitative inquiry and research design: Choosing among five traditions. Thousand Oaks, CA: Sage.

Creswell, J. W. (2013). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches* (3rd ed.). Sage.

Çağdaşer, B. T. (2008). *Cebir öğrenme alanının yapılandırmacı yaklaşımla öğretiminin 6. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeyleri üzerindeki etkisi* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Uludağ Üniversitesi.

Çalışkan, Y., ve Hacısalihoğlu Karadeniz, M. (2025). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının Cebir bağlamında bilgi işlemsel düşünme becerileri. Journal of Computer and Education Research, 13(25), 388-430.

Davies, N., ve Walker, K. (2005). Learning to notice: One aspect of teachers' content knowledge in the numeracy classrooms. In P. Clarkson et al. (Eds.), Building connections: Theory, research and practice—Proceedings of the 28th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia (pp. 273–280).

Dede, Y. ve Argün, Z. (2003). Cebir, Öğrencilere Niçin Zor Gelmektedir? , Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi 24, 180-185

Ding, R., Huang, R., ve Deng, X. (2023). Multiple pathways for developing functional thinking in elementary mathematics textbooks: a case study in China. Educational Studies in Mathematics, 114(2), 223-248.

Doğan, O. ve Kılıç, H. (2019). Matematik öğrenme fırsatları: fark etme ve harekete geçme. *Eğitim ve Bilim*, *44*(199).

Dwyer, K., ve Kelly, A. M. (2015). U.S. District-Level Algebra Acceleration in Eighth Grade and Longitudinal Mathematics Outcomes. Journal for Research in Mathematics Education, 46(8), 624-686.

Erbaş, A. K ve Ersoy, Y. (2003). Kassel projesi Cebir testinde bir grup türk öğrencisinin başarısı ve öğrenme güçlükleri. İlköğretim Online Dergisi, 4(1), 18-39.

Ersoy, Y., ve Erbaş, A. K. (2005). İlköğretim öğrencilerinin Cebir öğrenme alanındaki kavram yanılgıları. *Eğitim ve Bilim, 30*(135), 52-61.

Evirgen, O. (2014). İlköğretim 7. sınıf öğretim programında zor olarak algılanan konular ve öğretmen, öğrenci görüşleri [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Balıkesir Üniversitesi.

Fernández, C., Llinares, S., ve Valls, J. (2012). Learning to notice students' mathematical thinking through on-line discussions. ZDM, 44, 747-759.

Filloy, E.ve Rojana, T. (1989). Solving equations: The transition from arithmetic to algebra. For The Le arning Of Mathematics, 9(2), 19 - 25.

Franke, M. L., Carpenter, T. P., Levi, L., ve Fennema, E. (2001). Capturing teachers' generative change: A follow-up study of professional development in mathematics. American Educational Research Journal, 38, 653–689.

Frederiksen, J. R., Sipusic, M., Sherin, M., ve Wolfe, W. (1998). Video portfolio assessment: Creating a framework for viewing the function of teaching. Educational Assessment, 5, 225–297.

Goodwin, C. (1994). Professional vision. American Anthropologist, 96, 606–633

Graham, A.ve Thomas, J. (2000). Building versatile un derstanding of algebraic variables with a graphic calculator. Educational Studies in Mathematics 41, 265-282.

Güner, P. (2017). *Investigating preservice middle school mathematics teachers' noticing of students' mathematical thinking in the context of lesson study*. Middle East Technical University.

Güner, P., ve Akyüz, D. (2017). Ders imecesi (lesson study) mesleki gelişim modeli: Öğretmen adaylarının fark etme becerilerinin incelenmesi. İlköğretim Online, 16(2), 428-452.

Gürsoy, P. (2019). Bir matematik öğretmeninin Cebir öğretim sürecinden yansımalar: Fark etme becerisi (Master's thesis, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü).

Hadar, L. L., ve Brody, D. L. (2016). Talk about student learning: Promoting professional growth among beginning teachers. *Teaching and Teacher Education*, 56, 153–162.

Hiebert, J., ve Carpenter, T. P. (1992). "Learning and Teaching with Understanding." In D. A. Grouws (Ed.), Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning (pp. 65-97). Macmillan.

Hiebert, J., ve Grouws, D. A. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 371-404). Information Age Publishing.

https://sozluk.gov.tr/

Hughes, J.E., Packard, B.W., ve Pearson, P.D. (2000). The role of hyperme dia cases on preservice teachers' views of reading instruction. Action in Teacher Education, 22(2A), 24-38.

İlhan, A., Poçan, S., Tutak, T., ve Kırmızıgül, H. G. (2022). Ortaokul Öğrencilerinin Cebir Öğrenme Alanına Bakışları. *Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi*, *13*(2), 1123-1143.

İspir, O. A., ve Palabıyık, U. (2011). Örüntü temelli Cebir Öğretimi'nin öğrencilerin cebirsel düşünme becerileri ve matematiğe karşı tutumlarına etkisi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *30*(30), 111-123.

Jacobs, V. R., Lamb, L. L. C., ve Philipp, R. A. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 41(2), 169-202.

Kaput, J.J. (1999). Teaching and Learning a New Algebra with Understanding. In E. Fsantagennema ve T. Romberg (ed.) Mathematics Classrooms that Promote Understanding (p.133-155). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Karataş, Z. (2017). Sosyal bilim araştırmalarında paradigma değişimi: Nitel yaklaşımın yükselişi. *Türkiye Sosyal Hizmet Araştırmaları Dergisi*, *1*(1), 68-86.

Kaş, S. (2010). Sekizinci sınıflarda çalışma yaprakları ile öğretimin cebirsel düşünme ve problem çözme becerisine etkisi. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Kaya, D., ve Keşan, C. (2022). Türkiye'de Cebir Öğrenme Alanında Yapılmış Lisansüstü Tezlerin Bibliyometrik Profili (2011-2021). *Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi*, *13*(1), 400-421.

Kersting, N., Givvin, K. B., Sotelo, F. L., ve Stigler, J. W. (2012). *Measuring usable knowledge: Teachers' analyses of mathematics classroom videos predict teaching quality and student learning.* American Educational Research Journal, 49(3), 568–589.

Kilhamn, C., ve Säljö, R. (2022). Introducing algebra in Swedish classrooms: Teachers' discursive practices and their impact on students' objectification of algebraic concepts. Scandinavian Journal of Educational Research, 66(3), 456-471.

Kilic, H., Dogan, O., Tun, S. S. ve Arabaci, N. (2018). Supporting preservice teachers' in-the-moment noticing. E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg ve L. Sumpter (Ed.), Proceedings of the 42nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education içinde (Vol. 3, s. 203 210). Umeå, Sweden: PME.

Kose, G. (2021). Secondary Teachers' Noticing of Students' Mathematical Thinking as They Participate in a Professional Development Program Centered on Task-Based Student Interviews. Montclair State University.

König, J., Santagata, R., Scheiner, T., Adleff, A. K., Yang, X., ve Kaiser, G. (2022). Teacher noticing: A systematic literature review of conceptualizations, research designs, and findings on learning to notice. *Educational research review*, *36*, 100453.

KÖSE, T. B. K. (2023). CEBİR ÖĞRETİMİ. *Matematik ve Fen Bilimleri Eğitiminde Yeni Yaklaşımlar 2023*, 59.

Kwakye, D. O., Ntow, F., Bornaa, C. S., Amanyi, C. K., Owuba, L. A., ve Atepor, S. (2022). Mathematics Teacher Noticing: A Case of Students' Cognition of a Course Content. *Journal of Education, Society and Behavioural Science*, 38-46.

Lau, W. W., ve Man, Y. K. (2018). Teacher noticing: Advancing understanding of teaching, learning, policy, and practice in mathematics education. Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 14(11), em1657.

Leatham, K. R., Peterson, B. E., Stockero, S. L. ve van Zoest, L. R. (2015). Conceptualizing mathematically significant pedagogical opportunities to build on student thinking. Journal for Research in Mathematics Education, 46(1), 88-124.

Leinhardt, G., ve Steele, M. D. (2005). Seeing the complexity of standing to the side: Instructional dialogues. Cognition and Instruction, 23(1), 87-163.

Lesgold, A., Rubinson, H., Feltovitch, P., Glaser, R., Klopfer, D., ve Wang, Y. (1988). Expertise in a complex skill: Diagnosing x-ray pictures. In M.T.H. Chi, R. Glaser, ve M. Farr (Eds.), The nature of expertise (pp. 311-342). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Lincoln, Y. S., ve Guba, E. G. (1985). *Naturalistic inquiry*. SAGE Publications.

Maxwell, J. A. (2008). Designing a qualitative study. The SAGE handbook of applied social research methods, 2, 214-253.

McDonald, M., Kazemi, E., ve Kavanagh, S. S. (2013). Core practices and pedagogies of teacher education: A call for a common language and collective activity. Journal of Teacher Education, 64(5), 378–386.

Miles, M. B., ve Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook*. sage.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: Author. Retrieved from http://www.nctm.org/.

National Council of Teachers of Mathematics. (2014). Principles to actions: Ensuring mathematics success for all. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Nelson, K.R. (1988). Thinking processes, management routines and student perceptions of expert and novice physical education teachers. Unpublished doctoral dissertation, Louisiana State University, Baton Rouge, LA.

Nowell, L. S., Norris, J. M., White, D. E., ve Moules, N. J. (2017). Thematic analysis: Striving to meet the trustworthiness criteria. *International Journal of Qualitative Methods, 16*(1), 1-13.

Osmanoğlu, A., Işıksal, M., ve Koç, Y. (2012). Öğretmen adaylarının ilköğretim matematik programında vurgulanan öğrenci rolleri üzerine fark ettikleri noktalar: Video örnek olay kullanımı. Eğitim ve Bilim, 37(165).

Öztürk-Tavşan, N., ve İşler-Baykal, I. (2024). Development of prospective elementary teachers' knowledge to teach early algebra through case discussions. *Journal of Mathematics Teacher Education*.

Patton, M. Q. (2002). Two decades of developments in qualitative inquiry: A personal, experiential perspective. *Qualitative social work*, *1*(3), 261-283.

Peterson, B. E., ve Leatham, K. R. (2009). Learning to use students' mathematical thinking to orchestrate a class discussion. In L. Knott (Ed.), The role of mathematics discourse in producing leaders of discourse (pp. 99–128). Charlotte, NC: Information Age Publishing

Remillard, J. T., ve Geist, P. K. (2002). Supporting teachers' professional learning by navigating openings in the curriculum. Journal of Mathematics Teacher Education, 5(1), 7–34. doi:10.1023/A:1013862918442

Richland, L. E., ve Simms, N. (2015). Analogy, higher order thinking, and education. *Wiley Interdisciplinary Reviews: Cognitive Science*

Rodríguez-Muñiz, L. J., Muñiz-Rodríguez, L., ve Aguilar-Alonso, A. (2023). Mathematics education research on algebra over the last two decades: quo vadis?. Frontiers in Education, 8, 1211920.

Santagata, R. (2011). *From teacher noticing to a framework for analyzing and improving classroom lessons*. Teaching and Teacher Education, 27(5), 871–884.

Santagata, R., ve Yeh, C. (2016). *The role of perception, interpretation, and decision making in the development of beginning teachers' competence*. ZDM Mathematics Education, 48(1), 153–165.

Schoenfeld, A. H. (2010). How we think: A theory of goal-oriented decision making and its educational applications. Routledge.

Sherin, M. G., Jacobs, V. R., ve Philipp, R. A. (Eds.). (2011). Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes. Routledge.

Sherin, M. G., Linsenmeier, K. A., ve Van Es, E. A. (2009). Selecting video clips to promote mathematics teachers' discussion of student thinking. *Journal of Teacher Education*, *60*(3), 213-230.

Sherin, M. G., van Es, E. A. (2005). Using video to support teachers' ability to notice classroom interactions. Journal of Technology and Teacher Education, 13(3), 475- 491.

Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review, 57*(1), 1-23.

Simpson, A. ve Haltiwanger, L. (2017). This is the first time I've done this: Exploring secondary prospective mathematics teachers' noticing of students' mathematical thinking. Journal of Mathematics Teacher Education, 20(4), 335-355.

Simpson, A., Vondrová, N., ve Žalská, J. (2018). Sources of shifts in pre-service teachers' patterns of attention: The roles of teaching experience and of observational experience. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *21*, 607-630.

Smith, J. P., diSessa, A. A., ve Roschelle, J. (1993). Misconceptions reconceived: A constructivist analysis of knowledge in transition. Journal of the Learning Sciences, 3(2), 115-163.

Star, J. R., ve Strickland, S. K. (2008). Learning to observe: Using video to improve preservice mathematics teachers' ability to notice. Journal of Mathematics Teacher Education, 11, 107-125.

Strand, K., ve Mills, B. (2021). Teachers' mathematical knowledge for teaching early algebra: A systematic literature review. Journal of Mathematics Teacher Education, 24(5), 543-567.

Şahin, Ö., ve Soylu, Y. (2019). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının Cebirle ilgili öğretimsel strateji bilgi gelişimleri. Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi, 8(3), 887-912.

Taylan, R. D. (2013). Third-grade teachers' noticing of students' mathematical thinking. University of Missouri.

Tripp, D. (1993). Critical incidents in teaching. Developing professional judgement. London: Routledge.

Türk Dil Kurumu [TDK]. (2023). *Fark etme*. Güncel Türkçe Sözlük.

Türksever, B. (2019). *Altıncı sınıfta yer alan Cebir öğrenme alanına ait kazanımların öğretiminde model kullanımının öğrencilerin başarılarına ve öğrenmelerinin kalıcılığına etkisi* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Pamukkale Üniversitesi.

Van de Walle, J. A., Karp, K. S., ve Bay-Williams, J. M. (2019). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (10th ed.). Pearson.

Van Es, E. A. (2011). A framework for learning to notice student thinking. In *Mathematics teacher noticing* (pp. 164-181). Routledge.

Van Es, E. A. ve Sherin, M. G. (2002). Learning to notice: Scaffolding new teachers' interpretations of classroom interactions. Journal of Technology and Teacher Education, 10(4), 571-596.

Van Es, E. A., ve Sherin, M. G. (2008). Mathematics teachers' "learning to notice" in the context of a video club. *Teaching and Teacher Education*, 24(2), 244–276.

Van Es, E. A., ve Sherin, M. G. (2010). The influence of video clubs on teachers' thinking and practice. *Journal of mathematics teacher Education*, *13*, 155-176.

Van Es, E. A., ve Sherin, M. G. (2021). Learning to notice mathematics instruction: Using video to develop preservice teachers' vision of ambitious practice. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 24, 5–33.

Walshaw, M. ve Anthony, G. (2008). The teacher's role in classroom discourse: A review of recent research into mathematics classrooms. Review of Educational Research, 78(3), 516–551.

Weyers, J., Koenig, J., Scheiner, T., Santagata, R., ve Kaiser, G. (2024). Teacher noticing in mathematics education: a review of recent developments. Videobasierte Kompetenzmessung in der universitären Lehrkräfteausbildung, 103-133.

Yağız, G., ve Tapan-Broutin, M. S. (2023). Yedinci sınıf öğrencilerinin Cebir konusundaki çoklu temsiller arası geçiş süreçlerinin incelenmesi. *Kocaeli Üniversitesi Eğitim Dergisi*, *6*(1), 141-155.

Yenilmez, K., ve Avcu, T. (2009). ALTINCI SINIF ÖĞRENCİLERİNİN CEBİR ÖĞRENME ALANINDAKİ BAŞARI DÜZEYLERİ. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, *10*(2), 37-45.

Yıldırım, A.ve Şimşek, H. (2006). Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri, (5. Baskı), Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yıldırım, A., ve Şimşek, H. (2011). 7. ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Eşitlik ve Denklem Konusundaki Kavram Yanılgıları1. *Cumhuriyet Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *37*(1), 215-228.

Yıldırım, K. (2010). Nitel araştırmalarda niteliği artırma. İlköğretim Online, 9(1), 79 92.

Yılmaz, H. K., ve Baki, G. Ö. (2023). Bir ortaokul matematik öğretmeninin fark etme becerisinin alan ölçme öğretimine yansımaları. Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi Dergisi, (55), 95-118.

EKLER

EK 1. Görüşme Formu

1. Ne kadar süredir öğretmenlik yapıyorsunuz?

2. Şimdiye kadar hangi sınıf düzeylerinde eğitim verdiniz?

3. Daha önce nerelerde/ne tür okullarda çalıştınız?

4. Herhangi bir konu öğretiminde hangi adımları izlersiniz?

5. Ders esnasında öğrencilerin konuyu anlayıp anlamadığını nasıl tespit edersiniz?

6. Senaryo 1'de bulunan Öğrenci 1, Öğrenci 2 ve Öğretmen'in diyaloğundaki öğrencilerin be Öğretmen'in cevaplarını yorumlayınız. Öğretmen'in yerinde siz olsaydınız öğrencilerin sorularını nasıl cevaplardınız?

7. Senaryo 1'de bulunan Öğrenci 3 ile Öğretmen'in diyaloğunu değerlendiriniz. Öğretmen'in yerinde siz olsaydınız öğrenciye nasıl bir dönüt verirdiniz?

8. Senaryo 2'deki diyaloğu inceleyip öğrencilerin ve Öğretmen'in cevaplarını yorumlayınız. Öğretmen'in yerinde siz olsaydınız öğrencilerin sorularını nasıl cevaplardınız?

İNTİHAL RAPORU İLK SAYFASI

Matematik Eğitimi-YL Tez

ORİJİNALLİK RAPORU

%9	%8	%4	%2
BENZERLİK ENDEKSİ	İNTERNET KAYNAKLARI	YAYINLAR	ÖĞRENCİ ÖDEVLERİ

BİRİNCİL KAYNAKLAR

1	acikbilim.yok.gov.tr İnternet Kaynağı	%1
2	Submitted to The Scientific & Technological Research Council of Turkey (TUBITAK) Öğrenci Ödevi	%1
3	dergipark.org.tr İnternet Kaynağı	%1
4	egitimvebilim.ted.org.tr İnternet Kaynağı	%1
5	adudspace.adu.edu.tr:8080 İnternet Kaynağı	%1
6	hdl.handle.net İnternet Kaynağı	<%1
7	www.researchgate.net İnternet Kaynağı	<%1
8	bilmat.org İnternet Kaynağı	<%1
9	YENİLMEZ, Kürşat and ACU, Tevfik. "Altıncı sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki başarı düzeyleri", Ahi Evran Üniversitesi, 2009. Yayın	<%1
10	www.icssca.org İnternet Kaynağı	<%1
11	9lib.net İnternet Kaynağı	<%1

KURUM İZNİ YAZILARI

Uyarı: Canlı ve cansız deneklerle yapılan tüm çalışmalar için kurum izin belgelerinin eklenmesi zorunludur. Gizlilik ve mahremiyet içeren durumlarda kurum adı kapatılmalıdır.

☐ **Kurum izni gerekmektedir.**

☒ **Kurum izni gerekmemektedir.**

Saadet Kübra TAN