Akışkan Taşıyan Elastik Boruların Çırpınma Hızı Analizi

Birkan DURAK[1*]

Erol UZAL[2]

1 İstanbul Üniversitesi-Cerrahpaşa, Teknik Bilimler Meslek Yüksek Okulu, Uçak Teknolojisi Programı, birkand@iuc.edu.tr, ORCID No: 0000-0002-8196-5407
2 İstanbul Üniversitesi-Cerrahpaşa, Mühendislik Fakültesi Makine Mühendisliği Bölümü, euzal@iuc.edu.tr, ORCID No: 0000-0003-0008-1376
*Sorumlu Yazar / Corresponding Author: Birkan DURAK , birkand@iuc.edu.tr

(Bu çalışma Birkan DURAK'ın "Akışkan Taşıyan Elastik Boruların Titreşim Analizi" adlı yüksek lisans tezinden türetilmiştir.)

ÖZET

Akışkanlar borularla bir yerden başka bir yere taşınırlar. Bu sırada boruda farklı sebeplerle çeşitli titreşimler meydana gelir. Eğer boru genliği giderek artan bir titreşim hareketine maruz kalırsa üzerinde çatlaklar, kalıcı şekil değişiklikleri, kırılmalar veya bağlantı noktalarında ayrılmalar görülebilir. Boru titreşiminin incelenmesi insan sağlığının korunmasının yanı sıra mühendislikte sistemlerin çalışma ömrünün artması ve işletme maliyetlerinin düşürülmesi için gerekli bir konudur. Bu nedenle bu konu çeşitli araştırmacılar tarafından araştırılmaktadır.

Boru titreşimi incelenirken çeşitli yüzey kabuk teorilerinden yararlanılarak hareket denklemi oluşturur ve çoğu zaman sayısal yöntemlerle çözülür. İncelenen problemdeki sınır şartlarının değişmesi hesaplamaların yenilenmesini gerekir.
Bu çalışmada iki ucundan basit mesnetlenmiş bir borunun akış kaynaklı titreşim hareketi göz önüne alınmıştır. Uzunluğu L olan bu boru içerisinden U hızına sahip olan akışkan kesintisiz olarak geçmektedir. İncelemede akış sırasında meydana gelebilecek dalgalanmalar ihmal edilmiş ve ortalama akış dikkate alınmıştır.

Borunun hareketini tanımlayan diferansiyel denklemdeki yer değiştirme fonksiyonu zamana ve konuma bağlı olarak verilmiştir. Bu fonksiyonda yer alan ω (özdeğer) eğer bir reel sayı ise boru belirli bir genlikle titreşir. ω karmaşık bir sayı ve sanal kısmı pozitifse boru zamanla sönümlenen, eğer negatifse genliği aratan bir titreşim hareketi yapar. Bu son durumda artan genlik boruya zarar verir. Bu yüzden özdeğerin sanal kısmı incelenerek boru için emniyetli bir akış hızı tanımlanabilir. Bu çırpınma (flutter) hızı olarak adlandırılır. Boru flutter hızının altındaki hızlardaki akışkanları taşıyorken zarar görmez. Elde edilen grafikler, tanımlanan boyutsal olmayan katsayılar α ve β'nın artmasıyla çırpınma hızının arttığını göstermektedir.

Anahtar Kelimeler – Akış kaynaklı titreşim, Çırpınma hızı, Elastik boru, Özdeğer, Titreşim

GİRİŞ

Akışkanlar çeşitli özelliklere sahip borularla bir yerden başka bir yere taşınırlar. Bu sırada çeşitli sebeplerle farklı türde titreşimler meydana gelir. Eğer genliği giderek artan bir titreşim hareketine boru maruz kalırsa üzerinde çatlaklar veya kalıcı şekil değişimleri oluşur. Bu olumsuz durumun devamında kırılmalar veya boru bağlantı noktalarında ayrılmalar görülebilir. İçme suyu borularında meydana gelecek titreşim kaynaklı bir çatlak veya kırık suyun kalitesinde bir düşüşe sebep olur. Çatlaklardan olan boru içine zararlı sıvı veya madde geçişleri toplum sağlığını olumsuz yönde etkileyecektir.

Yanıcı, parlayıcı maddelerin taşındığı boru hatlarında titreşim kaynaklı oluşacak sorunlar çevre kirliliğine, taşınan akışkan kaybına, işletmeler için bakım, onarım maliyetlerinin artışına, iş gücü ve zaman kaybına sebep olur. Boru titreşiminin incelenmesi insan sağlığının korunmasının yanı sıra mühendislikte sistemlerin çalışma ömrünün artması ve işletme maliyetlerinin düşürülmesi için gerekli bir konudur. Bu yüzden farklı araştırmacılarca bu konu incelenmiştir.

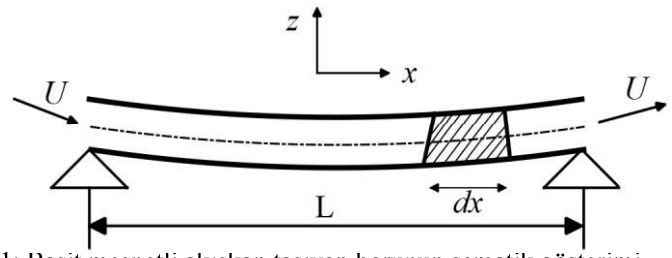
Kabukların deformasyon durumlarını incelemek için Donell tarafından Yüzey kabuk teorisi önerilmiştir. Bu teoriden yararlanan (Von Karman ve Tsein, 1941) Silindirik kabukların deformasyonları incelmişlerdir. Bu çalışmadaki kabuklar eksenel yüklemelere maruz kalmaktadır. Uygun Ortagonal Ayrıklaştırma (POD) metoduyla zaman serisi cevabını çıkaran ve sistem davranışını inceleyen (Amabili ve ark., 2006) Donell'in kabuk teorisinden ve Galerkin yönteminden yararlanmıştır. (Kana ve Craig, 1968) yapmış oldukları deneylerle Yüzey kabuk teorisi ve Galerkin yönteminin uygunluğunu göstermişlerdir. Nonlineer titreşen ve içerisnde kısmi sıvı bulunan boru titreşimi (Shkenev, 1964) tarafından incelenmiştir. İçi boş veya az miktarda sıvı bulunduran boruların yüksek genlikli titreşim deneyleriyla ilgili (Abrahanson ve Kana, 1966)'nın literatür taraması vardır. (Chu ve Kana, 1967)'ya göre zayıf nonlineer özellikli boruların titreşiminin Lineer Kabuk teorisiyle incelenmesi uygundur. Hidrodinamik basınç ve akışkan hızından etkilenen boruların titreşimi (Gorman, 2000) ve diğ. tarafından araştırılmıştır. (Mısra, 2001) ve diğ. sabitlenmiş olan sıvı taşıyan bir borunun titreşimlerini incelerken dalga yayınım metodu ve Fourier dönüşümü yaklaşımının sonuçlarını karşılaştırmışlardır. Lineer bir hidroelastik çözüm metodu sunan (Uğurlu ve Ergin, 2007) çalışmasında akışkan taşıyan veya eksenel akıma daldırılmış elastik yapıların dinamik analizini yapmışlardır. (Durak, 2008) 'ın boru titreşimi üzerine çalışması mevcuttur.

Boru titreşimlerini inceleyen araştırmacılar çeşitli yüzey kabuk teorilerinden yararlanarak oluşturdukları hareket denklemlerini çoğu zaman sayısal yöntemlerle çözerler. Bu işlemler sırasında bazı kabullerin yapılması denklemlerin sadeleşmesine ve hesap kolaylığına sebep olur. Bazı araştırmacılarca deneylerin sonuçları kullanılan kabuk teorisinin sonuçlarıyla karşılaştırılır. İncelenen borudaki başlangıç veya sınır şartlarının değişmesi hesaplamaların yenilenmesini gerektirmektedir.

BORUNUN HAREKET DENKLEMİNİN ÇIKARILMASI

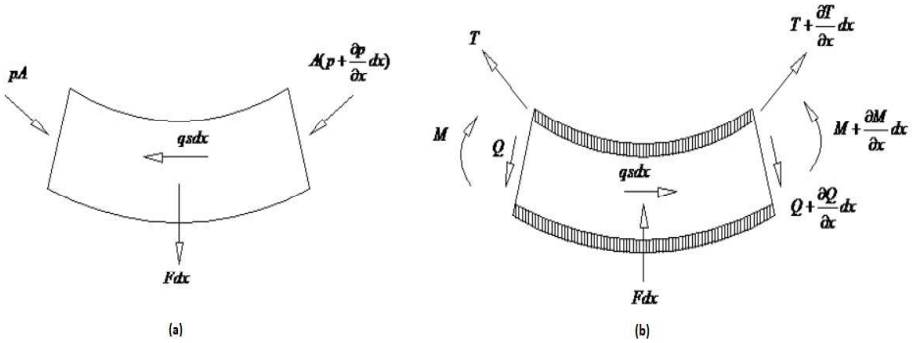
Çalışmada iki ucundan basit mesnetlenmiş bir boru göz önüne alınmıştır. Şekil 1 de görülen ve uzunluğu *L* olan bu boru içerisinden U hızına sahip olan akışkan kesintisiz olarak geçmektedir.İncelemede akış sırasında meydana gelebilecek dalgalanmalar ihmal edilmiş ve ortalama akış dikkate alınmıştır. Hareket denkleminin kurulması için Şekil 1 de görülen boru

üzerinde çok küçük olan dx elemanının üzerine meydana kuvvetler incelenmelidir.



Şekil 1: Basit mesnetli akışkan taşıyan borunun şematik gösterimi

Bu boru elemanın ve içerisindeki sıvı kütlesinin üzerinde meydana gelen kuvvetler momentler Şekil 2 de gösterilmiştir.



Şekil 2: Sıvı ve boru elemanları için serbest cisim diyagramı

Şekil 2 de birim uzunluk başına düşen kuvvet F iken q ise birim uzunluk başına düşen kayma gerilmesidir. Boru elemanına sırasıyla T eksenel çekme kuvveti, Q kesme kuvveti ve M eğilme momenti etki etmektedir. Boru içerisinden sabit U hızıyla geçmekte olan akışkan elemanın x yönündeki ivme ve z yönündeki hızı için aşağıdaki ifadeler yazılabilir.

$$\frac{\partial U}{\partial t} \tag{1}$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + U\frac{\partial w}{\partial x} \tag{2}$$

Boru hareket halindeyken yatay koordinatı değişirken dikey koordinatının zamanla değişmediği varsayılmıştır. Bu durum borudaki

çökmeleri değişmeyen bu dikey koordinata göre inceleme kolaylığı sağlar. Buna göre boru simetri eksenin $t = 0$ anındaki x eksenine olan uzaklığı yani z yönündeki enine çökme miktarı $w(x,t)$ dir. Ayrıca z yönündeki ivme denklemi ise

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\right)^2 w \tag{3}$$

olacaktır. Böylece Şekil 3a ile verilen akışkan elemanın x ve z yönündeki hareket denklemleri (4) ve (5) deki gibidir.

$$-A\frac{\partial p}{\partial x}-qs=\rho A\frac{\partial U}{\partial t} \tag{4}$$

$$F=-\rho A\left(\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\right)^2 w \tag{5}$$

Bu iki denklemdeki A akışın gerçekleştiği akış alanını, p akışkan basıncını, s akışkanın geçtiği kısmın çevresini ve ρ akışkan yoğunluğunu göstermektedir. Borunun birim boyunun kütlesi m olmak üzere boru elemanın hareket denklemleri (6) ve (7) deki gibi olacaktır.

$$\frac{\partial T}{\partial x}+qs=0 \tag{6}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x}+F=m\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \tag{7}$$

Euler-Bernoulli kiriş teorisine göre basit eğilme halinde kesme kuvveti için

$$Q=-\frac{\partial M}{\partial x}=-EI\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \tag{8}$$

ifadesi yazılabilir. Denklem (8) de Eboru elastisite modülü iken I ise boru et kalınlığının ikinci alan momentidir. Bu denklem (7) de yerine yazılır ve F yalnız bırakılırsa

$$F=-EI\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+m\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \tag{9}$$

denklemine ulaşılır. Bu denklem (5) te yerine yazılarak oluşan son denklem düzenlenirse

$$EI\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+m\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}+\rho A\left[\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}+2U\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial t}+U^2\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right]=0 \qquad 10)$$

Denklemin boyutsuzlaştırılması ve çözümü

Denklem (10) in sınır şartları sırasıyla (11.a) ve (11.b) ile verilir. Bu sınır şartları borunun her iki ucunda çökme ve dönmenin sıfır olduğunu belirtir.

$$x=0 \quad \text{için} \quad w=\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}=0 \qquad (11.a)$$

$$x=L \quad \text{için} \quad w=\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}=0 \qquad (11.b)$$

şeklindedir. Denklem (12) ile verilen boyutsuzlaştırma parametreleri kullanılırsa

$$x^*=\frac{x}{L} \quad , \quad t^*=\frac{t}{\sqrt{\frac{\rho A}{E}}} \, , \quad u^*=\frac{U}{L}\sqrt{\frac{\rho A}{E}} \qquad (12)$$

Gerekli düzenlemenin ardından denklem

$$\frac{I}{L^4}\frac{\partial^4 w}{\partial x^{*4}}+\frac{m+\rho A}{\rho A}\frac{\partial^2 w}{\partial t^{*2}}+2u\frac{\partial^2 w}{\partial x^*\partial t^*}+u^2\frac{\partial^2 w}{\partial x^{*2}}=0 \qquad (13)$$

haline gelir. $\alpha=\frac{I}{L^4}$ ve $\beta=\frac{m+\rho A}{\rho A}$ olmak üzere, terimlerdeki yıldızlar atılırsa

$$\alpha\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+\beta\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}+2u\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial t}+u^2\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}=0 \qquad (14)$$

olarak bulunur. (14) denkleminin konuma ve zamana bağlı denklem (15) ile verilen

$$w(x,t)=W(x)e^{i\omega t} \qquad (15)$$

formunda bir çözümü olsun çökmenin sıfır olmadığı yani $W(x) \neq 0$ olacak şekilde bulunan ω ifadesi verilen diferansiyel denklemin özdeğeridir. (15) denklemi (14) denklemine ve (11.a), (11.b) ile verilen sınır şartları yazılırsa

$$\begin{aligned} &\alpha W'''' + u^2 W'' + 2iu\omega W' - \omega^2 \beta W = 0 \\ &x = 0 \quad \text{da} \quad W = \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = 0 \\ &x = 1 \quad \text{de} \quad W = \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = 0 \end{aligned} \tag{16}$$

denklemi bulunur. Bu denklemin karakteristik denklemi

$$\alpha p^4 + u^2 p^2 + 2iu\omega p - \omega^2 \beta = 0 \tag{17}$$

olarak yazılır. Çözümü ise

$$W(x) = C_1 e^{p_1 x} + C_2 e^{p_2 x} + C_3 e^{p_3 x} + C_4 e^{p_4 x} \tag{18}$$

şeklindedir. Bu verilen genel çözümü sınır şartları uygulanırsa denklemin özel çözümü elde edilir.

$$\begin{aligned} &C_1 + C_2 + C_3 + C_4 = 0 \\ &C_1.p_1^2 + C_2.p_2^2 + C_3.p_3^2 + C_4.p_4^2 = 0 \\ &C_1.e^{p_1} + C_2.e^{p_2} + C_3.e^{p_3} + C_4.e^{p_4} = 0 \\ &C_1.p_1^2.e^{p_1} + C_2.p_2^2.e^{p_2} + C_3.p_3^2.e^{p_3} + C_4.p_4^2.e^{p_4} = 0 \end{aligned} \tag{19}$$

Denklem (19) ile verilen homojen denklem sisteminin matris formu

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ p_1^2 & p_2^2 & p_3^2 & p_4^2 \\ e^{p_1} & e^{p_2} & e^{p_3} & e^{p_4} \\ p_1^2.e^{p_1} & p_2^2.e^{p_2} & p_3^2.e^{p_3} & p_4^2.e^{p_4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{bmatrix} = 0 \tag{20}$$

olarak yazılabilir. Denklem (20) de $C_1, C_2, C_3, C_4 \neq 0$ şeklinde keyfi katsayıların varlığı için denklemin katsayılar matrisinin determinantı sıfır olmalıdır.

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ p_1^2 & p_2^2 & p_3^2 & p_4^2 \\ e^{p_1} & e^{p_2} & e^{p_3} & e^{p_4} \\ p_1^2.e^{p_1} & p_2^2.e^{p_2} & p_3^2.e^{p_3} & p_4^2.e^{p_4} \end{vmatrix} = 0 \qquad (21)$$

Denklem (17) deki α, β ve u' ya değerler verilerek p_1, p_2, p_3 ve p_4 kökleri ω'nın fonksiyonu olarak bulunur. ω'ya çeşitli karmaşık sayı değerleri verilerek (21) ile verilen determinantın sıfır olup olmadığına bakılır. Bu determinantın sıfır olmasını sağlayan ω değeri problemin öz değeridir. Boyutsuz u hızı değiştirilerek bu işlem adımları tekrarlanır. Özdeğerin sanal kısmının (+) işaretten (-) 'ye geçtiği hız Çırpınma (Flutter) hızı olarak adlandırılır.

Borunun hareketini tanımlayan diferansiyel denklemdeki yer değiştirme fonksiyonu zamana ve konuma bağlı olarak $w(x,t) = \mathrm{W}(x)e^{i\omega t}$şeklindedir. Bu fonksiyonda eğer ω bir reel sayı ise boru belirli bir genlikle titreşecektir. ω karmaşık bir sayı olursa sanal kısmı pozitif olursa boru zamanla sönümlenen, ama sanal kısım negatif bir sayı olması durumundaysa zamanla titreşim genliği aratan bir hareket yapar. Bu son durumda boruda aratan genlik yüzünden çatlak, kırılma vb. durumlar oluşur. Bu yüzden borunun akışkan taşırken ω ile gösterilen özdeğerin sanal kısmı incelenerek emniyetli bir akış hızı tanımlanabilir. Boru flutter hızının altındaki hızlardaki akışkanları taşıyorken emniyetlidir.

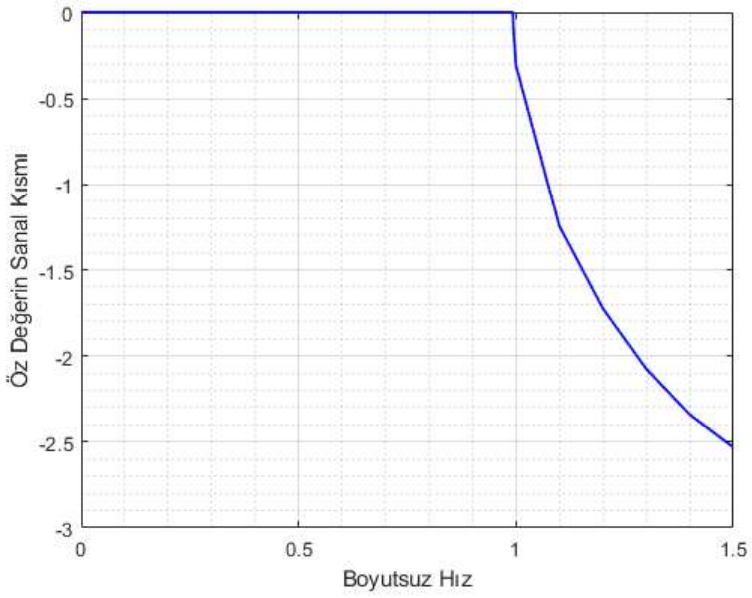
BULGULAR

$\alpha = 0.1$ ve $\beta = 1.1$ iken boyutsuz hız u'nun farklı değerleri için titreşim hareketinin özdeğerleri hesaplanmıştır. Tablo 1 de bu hesaplamaların sonuçları verilmiştir.

Tablo 1: Boyutsuz hızın farklı değerleri için özdeğerler

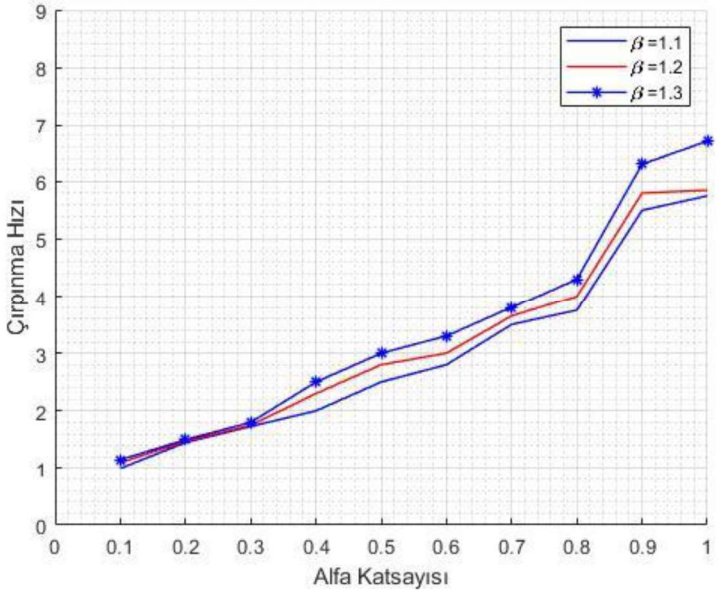
$\alpha = 0.1$ ve $\beta = 1.1$	u	ω
	0.1	2.9757
	0.2	2,9858
	0.3	2.9044
	0.4	2.8139
	0.5	2.6845
	0.6	2,5130
	0.7	2,2936
	0.8	2,0160
	0.9	1,6589
	1.0	1,1634
	1.1	-0,30902i
	1.2	-1,2471i
	1.3	-1,7250i
	1.4	-2,0757i
	1.5	-2,3411i

Hız ile özdeğerin sanal kısmının değişimi Şekil 3 ile verilmiştir. Çırpınma hızına kadar özdeğerin sanal kısmı sıfırdır ve bu hızdan sonra negatif olmaktadır. Grafikten anlaşılacağı gibi boyutsuz çırpınma hızı 1 dir.

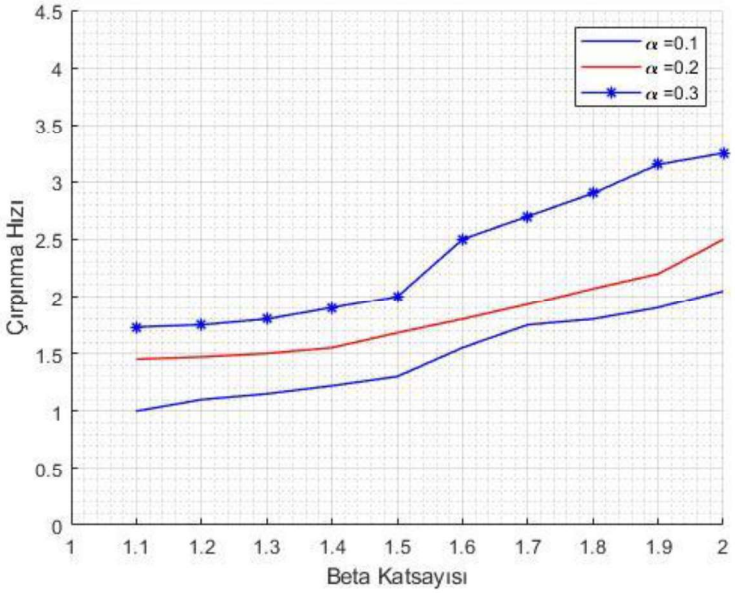


Şekil 3: Boyut hız ile özdeğerin sanal kısmının değişimi

Denklem (17) α ve β katsayıları değiştirilerek ve denklem (21) ile verilen determinanttan faydalanarak çırpınma hızları hesaplanmış Şekil 4 ve Şekil 5 te verilmiştir.



Şekil 4: Alfa katsayısı ile çırpınma hızının değişimi



Şekil 5: Beta katsayısı ile çırpınma hızının değişimi

Mod Biçimleri (Mode Shape) Çizimi

$\alpha = \beta = 1$ için borunun serbest titreşiminde ($u = 0$ durumu) her bir modu için alacağı şekiller çizilmek istenirse öncelikle (22) ile verilen karakteristik denklemin kökleri bulunur .

$$p^4 - \omega^2 = 0 \tag{22}$$

Bu denklemin dört kökü

$$p_1 = +\sqrt{\omega} \quad p_2 = \sqrt{\omega} \quad p_3 = +i\sqrt{\omega} \quad p_4 = -i\sqrt{\omega} \tag{23}$$

olmaktadır. Denklem (18) de yazılmış olan çökme denklemine bu kökler yerleştirilir ve (16) denkleminde verilen sınır şartları uygulanırsa denklem (21) ile verilmiş olan katsayılar matrisinin determinantı

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ \sqrt{\omega} & -\sqrt{\omega} & i\sqrt{\omega} & -i\sqrt{\omega} \\ \omega.e^{\sqrt{\omega}} & \omega.e^{-\sqrt{\omega}} & -\omega.e^{i\sqrt{\omega}} & -\omega.e^{-i\sqrt{\omega}} \\ \omega.\sqrt{\omega}.e^{\sqrt{\omega}} & -\omega.\sqrt{\omega}.e^{-\sqrt{\omega}} & -i.\omega.\sqrt{\omega}.e^{i\sqrt{\omega}} & i.\omega.\sqrt{\omega}.e^{-i\sqrt{\omega}} \end{vmatrix} = 0 \tag{24}$$

olur. Bu determinantın değeri ise

$$2.i.\sin(\sqrt{\omega})\left[1 + e^{2\sqrt{\omega}}\right] = 0 \tag{25}$$

şeklinde bulunur. $n \in N$ için bu denklemin kökleri olan ω özdeğerleri için $\omega = n^2\pi^2$ ifadesi geçerlidir. Buna göre pozitif olan ilk üç özdeğeri ise $\pi^2, 4\pi^2$ ve $9\pi^2$ dir. $\omega = \pi^2$ olmak üzere karakterisitik denklemin kökleri

$$p_1 = \pi \ , \ p_2 = -\pi \ , \ p_3 = i\pi \ , \ p_4 = -i\pi \tag{26}$$

olarak bulanacaktır. $C_1 = 1$ kabul ederek diğer keyfi sabitler bulunabilir. (19) denklemine göre aşağıdaki denklem takımı bulunacaktır. Bilinmeyen

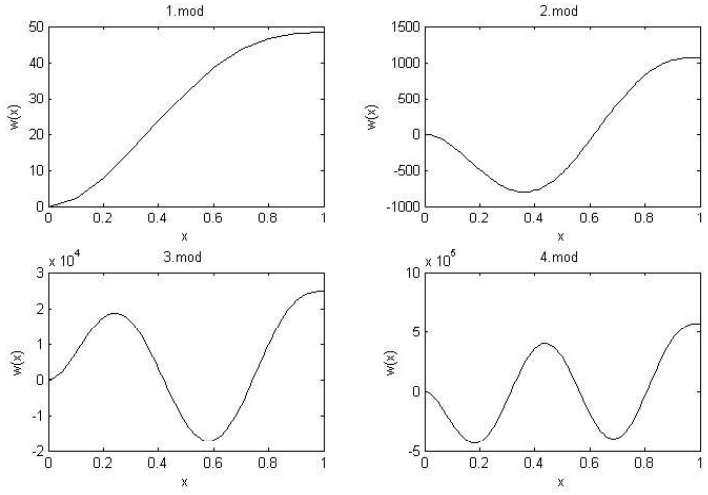
katasayılar üç tane olduğundan denklem sistemindeki son denklem göz önüne alınmamıştır.

$$\begin{aligned} &C_2 + C_3 + C_4 = -1 \\ &-3{,}1416C_2 + 3{,}1416C_3 - 3{,}1416C_4 = -3{,}1416 \\ &0{,}4264C_2 + 9{,}8696C_3 + 9{,}8696C_4 = -228{,}3896 \end{aligned} \tag{27}$$

Çözüm yapılır ise keyfi sabitler sırasıyla $C_2 = -25.2308, C_3 = 12.1154 + 13.1154i$ ve $C_4 = 12.1154 + 13.1154i$ olarak bulunur. Elastik borunun farklı titreşim frekansları altında alacağı şekili denklem (18) deki fonksiyon tanımlayacaktır. Bulunan karakteristik denklem kökleri ve keyfi sabitlere göre bu fonkisyon aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned} W(x) = e^{3.1416x} - 25.2308e^{-3.1416x} + (12.1154 + 13.1154i)e^{3.1416ix} \\ + (12.1154 - 13.1154i)e^{-3.1416ix} \end{aligned} \tag{28}$$

Birinci mod biçimini çizmek için *x'in* değerleri 0 ile 1 arasında 0.1 kadar arttırılarak bunlara karşılık gelen $\overline{W}$ değerleri hesaplanmıştır. İkinci mod biçimi için $\omega = 4\pi^2$, üçüncü mod biçimi için $\omega = 9\pi^2$, dördüncü mod biçimi için $\omega = 16\pi^2$ değerleri alınarak aynı hesap adımları ile karakteristik denklemlerin kökleri ve ardından keyfi sabitler bulunarak modeshapeler Şekil 6 da çizdirilmiştir.



Şekil 6: Borunun serbest titreşimine ait mod şekilleri

SONUÇ

Sınır şartları boru titreşimlerinde önemlidir. Bu çalışmada iki ucu basit mesnetlenmiş borunun hareketi incelenmiştir. Yapılan boyutsuzlaştırma ile titreşim hareketini boruya ait özel parametrelerden bağımsız olarak inceleme şansı vermiştir. Denklem (21) ile verilen katsayılar matrisinin determinantı nonlineer bir denklemdir ve bunun bulunacak olan kökleri yani titreşimin özdeğerleri sonsuz sayıda olmaktadır. Bu determinantın köklerinin analitik olarak bulunması mümkün değildir. Bu yüzden sayısal yöntem kullanılmıştır. Denklemin kökleri olan özdeğerleri hesaplayabilmek amacıyla katsayılar matrisinin determinantının mutlak değeri sıfır olana kadar özdeğerin reel ve sanal kısımları belirli aralıklarda değiştirilmiştir. Şekil 4 ve Şekil 5 incelediğinde çırpınma hızının, α ve β katsayılarının artışıyla beraber arttığı görülmektedir. $\alpha = \frac{I}{L^4}$ olduğuna göre boyları aynı olan iki borudan et kalınlığı büyük olanla daha yüksek hızlarda akışkan taşınabilir. $\beta = \frac{m + \rho A}{\rho A}$ olarak tanımlanmıştır. Bu durumda bir akışkan eğer iki borudan birim boyunun kütlesi daha büyük olanla taşınırsa çırpınma olayı meydana gelmez yani boruya zarar vermez. Dolasıyla daha yüksek hızlarda taşınabilir.

REFERANSLAR

Von Karman, T., ve Tsien, H.S., (1941), The buckling of thin cylindrical shells under axial compression, journal of aeronaut. sci., 8, 303-312.

Amabili, M., Sarkar, A., ve Paidoussis, M.P., (2006), Chaotic vibrations of circular cylindrical shells: galerkin versus reduced-order models via the proper orthogonal decomposition method, journal of soound and vibration, 290, 736-762.

Kana, D.D., ve Craig, Jr.R.R., (1968), parametric oscillations of a longitudinally excited cylindrical shell containing liquid, j. spacecr. rockets, 5, 13-21.

Shkenev, S., (1964), the dynamics of an elastic and elastoplastic shell filled with an ideal liquid, proc of iv all-union conf. on theory of shells and plates, nauka, moscow, 997-1007.

Abramson, H.N., ve Kana, D.D., (1966), some recent research on the vibration of elastic shells containing liquids, proc of symp on theory of shells, univ of houston, tx, 253-310.

Chu, W.H., ve Kana, D.D., (1967), a theory for nonlinear transverse vibration of a partially filled elastic tank, aiaa j., 5, 1828-1835.

gorman, d.g., reese, j.m., ve zang, y.l., (2000), vibration of a flexible pipe conveying viscous pulsating fluid flow, journal of sound and vibration, 230(2), 379-392.

Misra, A.K., Wong, S.S.T., ve Paidoussis, M.P., (2001), Dynamics and stability of pinned-clamped and clamped-pinned cylindirical shells conveying fluid, journal of fluid and structures, 15, 1153-1166.

Uğurlu, B., Ergin, A., (2007), Üniform eksenel akım etkisindeki elastik yapıların dinamik analizi için bir sınır eleman metodu, i.t.ü mühendislik dergisi, 6(1), 25-36.

Durak, B., (2008), Akışkan taşıyan elastik boruların titreşim analizi, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul: İstanbul Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü.